

MATEMATIKA-FEJLESZTŐKARTOTÉK

2. RÉSZ, FE 10-ES SZK

Számolási nehézségek elkerülése –
Matematikai gondolkodás a kezdettől fogva



Impresszum

Szerkesztő és médiatulajdonos:

Bildungsdirektion für Wien – Wipplingerstraße 28, 1010 Bécs

Kidolgozás (2021) az Európai Regionális Fejlesztési Alap támogatásával létrejött CODES ATHU74 projekt keretein belül „Kompetenciaközpontú tanítás az általános iskolában a határon átnyúló régiókban Ausztria és Magyarország között”:

Ingrid Polak
Elisabeth Rudas

Általános irányítás:

Bildungsdirektion für Wien, Europa Büro
Caroline Jäckl

Design: grafik atelier laufwerk

Nyomtatás: print+marketing, Schaffer-Steinschütz Ges.m.b.H

Minden jog fenntartva

© 2021, Bildungsdirektion für Wien

A Matematika Kezdőcsomagban található valamennyi segédanyag a <https://europabuero.wien/startboxmathematik> linken tölthető le.

Nem vállalunk felelősséget a jelen kiadványban hivatkozott, harmadik féltől származó weboldalak tartalmáért, mivel azokat nem fogadjuk el sajátjainknak, hanem csupán utalunk az eredeti közzétételkori állapotukra.



Tartalom Kartoték 2. rész



2. RÉSZ, FEJLESZTÉS 10-ES SZK

Fontos tudnivalók – Bevezetés, a kartoték felépítése, keresztutalások, szükséges eszközök, didaktikai alapelvek

- **Mennyiségi fogalom**

Minták felismerése és folytatása	10-ES SZK / 1-es kártya
Mennyiségek összehasonlítása – Elsajátítás (több, kevesebb, ugyanannyi)	10-ES SZK / 2-es kártya
Mennyiségek összehasonlítása – Kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés	10-ES SZK / 3-as kártya
A tőszám és sorszám megkülönböztetése	10-ES SZK / 4-es kártya

- **A 10-es számkör felépítése**

Számnevek sora – Mennyiségi fogalom	10-ES SZK / 5-ös kártya
Mennyiségek megszámlálása – Számlálási stratégiák	10-ES SZK / 6-os kártya
Ujjképek az 5-ös számkörben	10-ES SZK / 7-es kártya
Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése” 5-ig	10-ES SZK / 8-as kártya
Mennyiségek részhalmazokra bontása az 5-ös számkörben	10-ES SZK / 9-es kártya
Ujjképek megnevezése és mutatása – Elsajátítás	10-ES SZK / 10-es kártya
Tíz-es mező – Elsajátítás és mennyiségek ábrázolása „az 5-ös erejével”	10-ES SZK / 11-es kártya
Ujjképek automatizálása – Matematikai műveletek előkészítése	10-ES SZK / 12-es kártya
Tíz-es mező – Mennyiségek egy pillantásra	10-ES SZK / 13-as kártya
Visszafelé számlálás	10-ES SZK / 14-es kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól előre és visszafelé	10-ES SZK / 15-ös kártya
Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb a mennyiségeknél	10-ES SZK / 16-os kártya
Számképek a mennyiségekkel összefüggésben	10-ES SZK / 17-es kártya
Számképek írásmódja	10-ES SZK / 18-as kártya
Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb a számoknál	10-ES SZK / 19-es kártya
Számok bontása az 5-ös számkörben	10-ES SZK / 20-as kártya

Tartalom Kartoték 2. rész

Számok bontása a 10-es számkörben	10-ES SZK / 21-es kártya
Mennyiségek „ellenkező irányú megváltoztatása”	10-ES SZK / 22-es kártya
• Matematikai műveletek a 10-es számkörben	
Műveletek megértése: Összeadás – Elsajátítás	10-ES SZK / 23-as kártya
Műveletek megértése: Összeadás – Automatizálás	10-ES SZK / 24-es kártya
Műveletek megértése: Kivonás – Elsajátítás	10-ES SZK / 25-ös kártya
Műveletek megértése: Kivonás – Automatizálás	10-ES SZK / 26-os kártya
Fordított műveletes ellenőrző feladatok – Összeadás és kivonás	10-ES SZK / 27-es kártya
Számolási stratégia +1/–1 (eggyel több / eggyel kevesebb)	10-ES SZK / 28-as kártya
Számolási stratégia: A számok kézzel való bontása („az 5-ös ereje“) fordított műveletes ellenőrző feladatokkal	10-ES SZK / 29-es kártya
Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok a számok kézzel való bontásakor („az 5-ös ereje“)	10-ES SZK / 30-as kártya
Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok +1-gyel	10-ES SZK / 31-es kártya
Számolási stratégia: Duplázás	10-ES SZK / 32-es kártya
Számolási stratégia: Felezés	10-ES SZK / 33-as kártya
Számolási stratégia: Duplázás +1 / –1	10-ES SZK / 34-es kártya
Számolás nullával	10-ES SZK / 35-ös kártya
A 10 bontásai – Elsajátítás	10-ES SZK / 36-os kártya
A 10 bontásai – Automatizálás	10-ES SZK / 37-es kártya
Számszomszédos feladatok összeadásnál és „szép csomagok”	10-ES SZK / 38-as kártya
Számszomszédos feladatok kivonásnál és „szép csomagok”	10-ES SZK / 39-es kártya
„Ellenkező irányú megváltoztatás” és „szép csomagok”	10-ES SZK / 40-es kártya
Számolási stratégiák alkalmazása	10-ES SZK / 41-es kártya
Kiegészítés – Elsajátítás	10-ES SZK / 42-es kártya
Kiegészítés – Automatizálás	10-ES SZK / 43-as kártya

Tartalom (ld. kartoték, 1. rész, DIAGNÓZIS)



1. RÉSZ, DIAGNÓZIS

Fontos tudnivalók – Bevezetés, a kartoték felépítése, kereszttalások, szükséges eszközök, didaktikai alapelvek

• Mennyiségi fogalom

Minta folytatása	D / 1-es kártya
A mennyiség állandósága	D / 2-es kártya
Mennyiségek összehasonlítása	D / 3-as kártya
Tőszám és sorszám	D / 4-es kártya

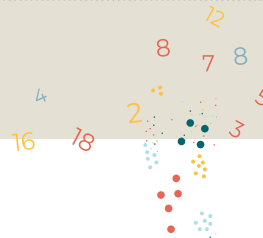
• A 10-es számkör felépítése

Számnevek 10-ig növekvő és 10-től csökkenő sorrendben	D / 5-ös kártya
Számlálás	D / 6-os kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól – előre és visszafelé	D / 7-es kártya
Az egy, ill. két kézen található ujjak száma	D / 8-as kártya
Ujjképek megnevezése és bemutatása	D / 9-es kártya
Tízés mező– Mennyiségek „kvázi-szimultán” felismerése és megnevezése	D / 10-es kártya
Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb	D / 11-es kártya
Számok megnevezése	D / 12-es kártya
Számok diktálása	D / 13-as kártya
Rendszerezett mennyiségek hozzárendelése a számokhoz	D / 14-es kártya
Számok elemekre bontása	D / 15-ös kártya

Tartalom (Id. kartoték, 1. rész, DIAGNÓZIS)

<ul style="list-style-type: none"> Matematikai műveletek a 10-es számkörben 	
Műveletek megértése összeadásnál	D / 16-os kártya
Összeadások a 10-es számkörben	D / 17-es kártya
Műveletek megértése kivonásnál	D / 18-as kártya
Kivonások a 10-es számkörben	D / 19-es kártya
<ul style="list-style-type: none"> A 20-as számkör felépítése 	
10-es csoportosítás	D / 20-as kártya
Számnevek 20-ig növekvő és 20-tól csökkenő sorrendben	D / 21-es kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól előre és visszafelé	D / 22-es kártya
Húszas mező – Mennyiségek „kvázi-szimultán” felismerése és megnevezése	D / 23-as kártya
Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb	D / 24-es kártya
Számok megnevezése	D / 25-ös kártya
Számok diktálása	D / 26-os kártya
Rendszerezett mennyiségek hozzárendelése a számokhoz	D / 27-es kártya
Helyiérték megértése: 10-zel több / 10-zel kevesebb	D / 28-as kártya
<ul style="list-style-type: none"> Matematikai műveletek a 20-as számkörben 	
Összeadások tízesátlépés nélkül	D / 29-es kártya
Kivonások tízesátlépés nélkül	D / 30-as kártya
Összeadások tízesátlépéssel	D / 31-es kártya
Kivonások tízesátlépéssel	D / 32-es kártya

Szójegyzék– A használt szakkifejezések magyarázatai
Irodalomjegyzék



Tartalom (1d. kartoték 3. rész, FEJLESZTÉS 20-AS SZK)



3. RÉSZ, FEJLESZTÉS 20-AS SZK

Fontos tudnivalók – Bevezetés, a kartoték felépítése, keresztutalások, szükséges eszközök, didaktikai alapelvek

• A 20-as számkör felépítése

Bevezetés a helyiérték témakörbe egymásba illeszthető kockákkal	20-AS SZK / 1-es kártya
Csoportosítás és szétbontás egymásba illeszthető kockákkal	20-AS SZK / 2-es kártya
Bevezetés a helyiérték témakörbe helyiértéket szemléltető eszközökkel	20-AS SZK / 3-as kártya
Csoportosítás és szétbontás helyiértéket szemléltető eszközökkel	20-AS SZK / 4-es kártya
Helyiérték táblázat – Elsajátítás	20-AS SZK / 5-ös kártya
A helyiérték táblázat használata	20-AS SZK / 6-os kártya
Számnevek sora és előre számlálás 20-ig	20-AS SZK / 7-es kártya
A számlálás folytatása egy bizonyos számtól kezdve	20-AS SZK / 8-as kártya
Visszaszámlálás 20-tól	20-AS SZK / 9-es kártya
Húszas mező – Elsajátítás („A 10-es ereje”)	20-AS SZK / 10-es kártya
Húszas mező – Automatizálás („Az 5-ös ereje”)	20-AS SZK / 11-es kártya
Számképek 11-től 20-ig – Elsajátítás	20-AS SZK / 12-es kártya
Számképek 11-től 20-ig – Automatizálás	20-AS SZK / 13-as kártya
Számok írása 20-ig	20-AS SZK / 14-es kártya
Szomszédos számok – Eggyel több / eggyel kevesebb a 20-as számkörben	20-AS SZK / 15-ös kártya
Helyiérték megértése: 10-zel több / 10-zel kevesebb	20-AS SZK / 16-os kártya
„A fontos nulla”	20-AS SZK / 17-es kártya

Tartalom (ld. kartoték, 3. rész, FEJLESZTÉS 20-AS SZK)

• Matematikai műveletek a 20-as számkörben

Matematikai műveletek helyiértékekkel („A 10-es ereje”) a 20-as számkörben	20-AS SZK / 18-as kártya
Analógias feladatok a 20-as számkörben	20-AS SZK / 19-es kártya
Analógiák és számolási stratégiák	20-AS SZK / 20-as kártya
Tízestlépés – Duplázás	20-AS SZK / 21-es kártya
Tízestlépés – „Az 5-ös ereje”	20-AS SZK / 22-es kártya
Tízestlépés – Duplázás + 1 / - 1	20-AS SZK / 23-as kártya
Tízestlépés – A tízes közelsége	20-AS SZK / 24-es kártya
Számolási stratégiák alkalmazása tízestlépésnél a 20-as számkörben	20-AS SZK / 25-ös kártya
Kiegészítés 20-ra	20-AS SZK / 26-os kártya
Szétbontás (20 – ___)	20-AS SZK / 27-es kártya
Tízestlépés – Felezés	20-AS SZK / 28-as kártya
Tízestlépés – „Az 5-ös ereje”	20-AS SZK / 29-es kártya
Tízestlépés – A tízes közelsége (11 – __, __ – 9)	20-AS SZK / 30-as kártya
Tízestlépés – A tízes közelsége (eredmény: 9) és feladatok szomszédos számokkal	20-AS SZK / 31-es kártya
Számolási stratégiák alkalmazása tízestlépésnél a 20-as számkörben	20-AS SZK / 32-es kártya

Szójegyzék– A használt szakkifejezések magyarázatai

Irodalomjegyzék



Bevezetés

Az első tanévben felmerülő számolási nehézségek gyakran úgy mutatkoznak meg, hogy a gyermekek nagyon lassan dolgoznak és néha a legegyszerűbb feladatokat is az ujjakon való számlálással oldják meg. Ezek a gyermekek legtöbbször nem értik a mennyiségeket és a számokat, valamint az azok közötti összefüggéseket. Pedig ez a rugalmas és biztos számolás előfeltétele.

Ahhoz, hogy a kezdeti tanítás során ellensúlyozzuk a számolási nehézségeket, az alábbi dolgokra van szükségünk:

- egy diagnózisra a gyermek tanulási szintjéről,
- fejlesztésre, ami segít lépésről lépésre kifejleszteni a gyermekek matematikai megértését,
- strukturált anyagra a matematikai tartalmak szemléltetéséhez,
- a matematika nyelvének célzott elsajátítására,
- rövid, rendszeres gyakorlásra és bevésésre.

Figyelembe kell venni, hogy minden gyermeknek különböző hosszúságú időre van szüksége a matematikai megértés és tudás megszerzéséhez.

Mind a diagnózis, mind a fejlesztés során a gyermek matematikai megértésének a megfigyelése áll a középpontban. Minél célzottabb a megfigyelés, annál egyértelműbbé válik, hogy hol tart a gyermek a fejlődésében és milyen fejlesztő intézkedéseket kell hozni, ill. hogy mennyire hatékonyak ezek a fejlesztő intézkedések.

A kartoték segíti a tanító munkáját abban, hogy minden gyermek – a matematikában elért fejlődési szintjétől függetlenül – már a kezdetektől fogva ki tudja fejleszteni a megfelelő matematikai koncepciókat.

A kartoték felépítése

A Matematika-Fejlesztőkartoték három részből és egy mellékletből áll:

1. RÉSZ, DIAGNÓZIS

- ▶ Mennyiségi fogalom
- ▶ A 10-es számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 10-es számkörben
- ▶ A 20-as számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 20-as számkörben

2. RÉSZ, FEJLESZTÉS 10-ES SZK

- ▶ Mennyiségi fogalom
- ▶ A 10-es számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 10-es számkörben

3. RÉSZ, FEJLESZTÉS 20-AS SZK

- ▶ A 20-as számkör felépítése
- ▶ Matematikai műveletek a 20-as számkörben

A MATEMATIKA-FEJLESZTŐKARTOTÉK MELLÉKLETE:

- ▶ **„Fejlesztési dokumentáció“:** Ebben a Matematika-Fejlesztőkartotékhoz hasonlóan rögzíteni lehet a megfelelő megfigyeléseket, ill. a fejlődés lépéseit a diagnózisban és fejlesztésben. A gyermek számára kialakított egyéni fejlesztési tervként is használható.
- ▶ **„Diagnosztikai kompetenciaprofil“ (DK):** A DK-t a „fejlesztési dokumentációhoz” hasonlóan egy individuális fejlesztési terv részeként használhatjuk mint megfigyelési eszközt. Annak érdekében, hogy a DK-t jól lehessen alkalmazni a gyakorlatban, az adott tananyagoknál rövidítések találhatóak, amik a Matematika-Fejlesztőkartotékre vonatkoznak.
- ▶ **„Sablonok” a diagnózishoz és a fejlesztéshez:** A sablonokat le is lehet tölteni, valamint fénymásolható sablonként is rendelkezésre állnak. Továbbá mellékelünk egy csomag kivágható sablont is a Matematika Kezdőcsomaghoz.

A kartoték felépítése – Diagnóziskártyák

Képekkel és/vagy szövegbu-
borékokkal mutatjuk be a
diagnosztikai célú feladatot
és a **szükséges eszközöket**.

Mennyiségi fogalom
Minta folytatása

Tanító → Gyermek

A tanító az első mintát a felvétel szintjén rakja le:
„Hogyan folytatódik a minta?”

Ha a gyermek helyesen folytatja és írja le a mintát,
akkor megkapja a következőt:

A **tanító** az utasítások szerint végzi el a diagnosztikai célú feladatot és közben megfigyeli a **gyermeket**. A jobb oldalon találhatóak a lehetséges helyes megoldások.

A megadott **megfigyelések** jelezhetik a tanár számára, hogy a gyermek matematikai megértése nem megfelelő, és segíthetnek a diagnosztikai nézet finomításában.

Mennyiségi fogalom
Minta folytatása

Megfigyelés → Fejlesztés / Fejlesztőkártya

- A gyermek nem tudja folytatni és leírni a mintát → Minták felismerése és folytatása 10-ES-SZ/ /1 nyelvvel leírással
- A gyermek tudja folytatni a mintát, de nem tudja leírni azt (esetleg hiányzó szöveges) → Minták felismerése és folytatása 10-ES-SZ/ /1 nyelvvel leírással
- A gyermek nem ismer fel a nehezebb mintákat → Minták felismerése és folytatása 10-ES-SZ/ /1 nyelvvel leírással

A gyermek helyesen folytatja a mintát → A mennyiségifogalom és a számjór felépítésének számzó előfeltételei közül az egyik adott 10-ES-SZ/ /1-től 10-ES-SZ/ /4-ig, ill. 10-ES-SZ/ /5-től 10-ES-SZ/ /22-ig

Az adott megfigyelésből következnek a **fejlesztés** ajánlása, ill. egy utalás a megfelelő fejlesztőkártyára.

A kartoték felépítése – Fejlesztőkártyák

Képekkel és / vagy szövegbu-
borékokkal a **fejlesztési célú
feladatot** mutatjuk be.

„**A buktatók elkerülése**” rész azt
jelzi, hogy a gyermeknek milyen
előzetes ismeretekre van
szüksége ehhez a feladathoz .
A más fejlesztőkártyákra vonat-
kozó keresztutalások elősegítik a
fejlesztési folyamat felépítését.

Felsoroljuk az ehhez a fejlesztés-
hez szükséges **eszközöket**.

Az „**Itt találd a FOLYTATÁST!**”
kitekintést nyújt a következő
lehetséges tananyagra.

20-as számkör felépítése

Bevezetés: a helyiérték fogalmába egymásba illeszthető kockákkal

Fontos tudnivalók
Az egymásba illeszthető kockák segítségével szemléltetni az egyeseket és a tízeseket, ezzel reflektív a helyiértékes számírás rendszere * és a decimális felépítés * megértését.

A buktatók elkerülése
Azáltal, hogy 10 kocka összeillesztésével egy bizonyos rúdat készítenek, kialakul a gyermekekben a helyiérték megértése. Fontos, hogy a cselekvést nyelvről is kövessék.
Az anyagot újra és újra elővehetjük a matematikai műveletek foglalkozáshoz, gyakorlásához, autizmatizálásához és elmélyítéséhez.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével
A gyermekkel közösen kell foglalkozni a csoporttalálással és a szóbeli utalással, hogy megértsék a helyiértékes számírás kapcsolatát. A megértés elmélyítése érdekében ne csupán a 20-as számkörre koncentráljunk, hanem nagyobb mennyiségűkkel is dolgozzunk.
(Idő: Csoporttalálós és szóbeli utalás egymásba illeszthető kockákkal 20-AS SZK/2)

A 20-as számkör felépítése

Bevezetés: a helyiérték fogalmába egymásba illeszthető kockákkal

Igy járj el!
Anyagok: Egymásba illeszthető kockák
Nyelv: Egyes, tízes, egyes kocka, tízes rúd
Hány újabb kockára van szükséged egy tízes rúdra?
Cselekvés • 13 kocka helyszíni-előrendezéssel az asztalon? *Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy egy pillanatra alatt meg tudj állapítani?*
T: „Azonnal fel tudod mérni, hogy mennyi kocka van az asztalon? Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy egy pillanatra alatt meg tudj állapítani?”
A gyermek tudja: „5 meg 5 az 10”, majd összeteszi 5 piros és 5 kék kockát. „Erösszesen 10.”
Három egyes kocka marad még.
T: „Ez egy tízes és három egyes.”
• T: „Hány darab egyes kockára van szükséged egy tízes rúdra?”
A gyermek kiadja 10 egyes kockát, ez egy új tízes rúddá illeszti össze azokat.

Itt találd a FOLYTATÁST! → Csoporttalálós és szóbeli utalás egymásba illeszthető kockákkal 20-AS SZK/2

A „**Fontos tudnivalók**” rész a tanító számára rövid információkat közvetít a matematikai tartalommal kapcsolatban.

A **matematikai gondolkodási folyamatokat** elsősorban az eszközökkel való foglalkozással és a cselekvés nyelvi kísérete fejleszti és mélyíti el.

A „**Nyelv**” rész alatt az elsajátításhoz és / vagy gyakorláshoz szükséges szóincset és mondat szerkezeteket soroljuk fel.

A „**Cselekvés**” rész alatt pontosan leírjuk a tanító részére a fejlesztési folyamatát. Némelyik fejlesztőkártya kiegészítő változatokat is tartalmaz.

Keresztutalások

Csillag *

Azokat a használt szakkifejezéseket, amelyeket nem közvetlenül az adott kártyán magyarázunk meg, „csillaggal” jelöltük meg és a szójegyzékben találhatóak.

Szemüveg



Továbbá némelyik fejlesztőkártyán egy szemüveg szimbóluma található. Ez mutat rá arra, hogy ezen a ponton különösen hívjuk fel a gyermek figyelmét a „matematikai látásmódra”: „*Mit fedezel fel?*” „*Mi tűnik fel?*”

Aláhúzások

A fejlesztőkártyák hátoldalán aláhúzással jelölt segédanyagok (pl. számkártyák) a Matematika Kezdőcsomagban találhatóak kivágható formában, ill. le is lehet őket tölteni az alábbi linken: <https://europabuero.wien/startboxmathematik>. Továbbá mind a diagnózis-, mind a fejlesztőkártyákon hivatkozunk a Matematika-Fejlesztőkartoték más kártyáira, aláhúzással jelölve azokat (pl. 10-ES SZK /3).

Irodalomjegyzék

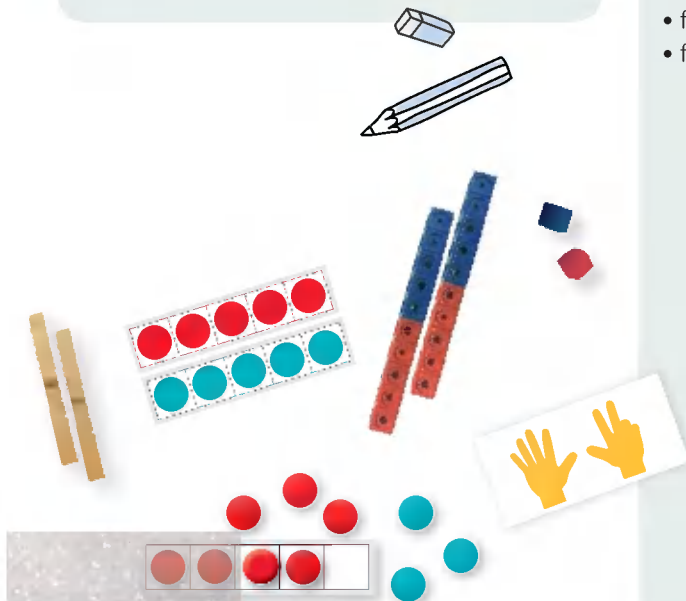


A „Nehézségek a számolni tanuláskor” témakörrel való további, ill. elmélyítő foglalkozáshoz az irodalomjegyzékben találunk javaslatokat.

Szükséges eszközök

Papír és tollak

- sima papír, vagy egy sima füzet
- ceruza és radír
- piros és kék színes ceruza



Eszközök a „Matematika Kezdőcsomagból”

- piros-kék korongok
- piros és kék egymásba illeszthető kockák
- helyiértéket szemléltető eszközök (tízes rudak, egyes kockák)
- fedőszalag
- fénymásolható / kivágható sablonok:
 - Minta lerakása
 - Ujjképek
 - Ötös, tízes, húszas mezők és Szétbontás az 5-ös számrendszerben korongokkal
 - Korongos számolószalag
 - Mennyiségek ábrázolása
 - Számkártyák (0-20)
 - Mennyiségképek (0-20)
 - Kártyák a számok bontásához, 5, 10, üres
 - Műveletkártyák és műveleti jelek
 - Helyiérték kártyák
 - Helyiérték táblázat
 - Számolós színezők a diagnózishoz
 - Számítások a diagnózishoz
 - Egy-meg-egy táblázat
 - Egy-mínusz-egy táblázat
 - Az egy-meg-egy és az egy-mínusz-egy táblázat számítási kártyái

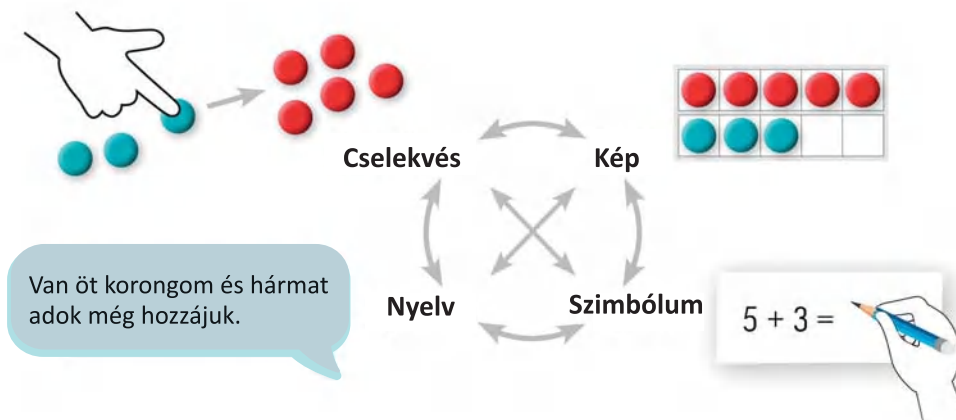
Didaktikai alapelvek

1. Ábrázolási formák változtatása és összekapcsolása – „Fordítások”

A matematikai megértés megteremtésére és elmélyítésére a különböző ábrázolási formák összekapcsolásával kerül sor.

Az egyik ábrázolási formáról egy másikra való „fordítás” a fejlesztés központi feladata.

A matematikai tartalmat feldolgozzuk az egyik ábrázolási formában, majd lefordítjuk azt egy másik ábrázolási formára és végül alkalmazzuk egy továbbiánál. Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlatok kiindulási pontjaként.



Didaktikai alapelvek

2. Az eszközök kiválasztása és alkalmazása

Minden eszközt önálló tananyagként kell elsajátítani. Ezt úgy kell elrendezni, hogy egy halmaz elemeinek számát egy pillantás alatt fel lehessen mérni (= „Kvázi-szimultán felismerés”). Az eszközökkel való foglalatосkodás által különböző kontextusokban mentális képek alakulnak ki. A cél, hogy a gyermek képes legyen a feladatokat csak gondolatban megoldani és ne legyen többé szüksége az eszközökre. Ha a gyakorlati szakaszban megértési nehézségek merülnek fel, akkor az eszközöket újra fel kell használni.

3. Matematikai nyelv

A gyermekek mindennapi szókincséből kiindulva kerül sor a matematikai fogalmak és kifejezések elsajátítására (pl. hozzáadni → plusz, elvenni → mínusz). Így lehet célzottan gyakorolni a matematikai szókincsét és a megfelelő mondat szerkezeteket, valamint elmélyíteni a szaknyelv felépítését. A konkrét kérdések fejlesztik a szókincs használatát: „*Mi tűnik fel?*” „*Mi marad ugyanaz?*” „*Mi változott meg?*” ... A gyermek válaszai elárulják a gondolatmenetét.

Az ismétlődő gyakorlatok során a gyermekek begyakorolják a nyelvi és mondat szerkezeteket, amik ezáltal bevéсődnek.

4. Spirálszerű felépítés

A „spirálszerű felépítés” két didaktikai alapelvet követ: „A könnyűtől a nehézíg” és „A már meglévő ismeretekre való építés”.

Ez azt jelenti, hogy a matematikai megértést egy kisebb számkörben (pl. 5-ÖS SZK) építjük fel, a következő lépésként pedig egy nagyobb számkörben (pl. 10-ES SZK) alkalmazzuk azt = „A könnyűtől a nehézíg”.

Ha egy nagyobb számkörben dolgozunk (pl. összeadás a 20-as számkörben), akkor igénybe vesszük a kisebb számkörben szerzett ismereteket (pl. összeadás a 10-es számkörben), azokat is gyakorolva ezzel egyidejűleg = „A már meglévő ismeretekre való építés”.

Ha a gyermekek már képesek eligazodni és matematikai műveleteket megoldani a 20-as számkörben, akkor nyitva áll előttük a 100-as számkör.

Minták felismerése és folytatása

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/1

The diagram shows four patterns with callouts:

- Top-left: A sequence of 8 circles. The first two are red, the next two are teal, the next two are red, and the last two are teal. Callout: "A szín megváltozik" (The color changes).
- Top-right: A sequence of 6 shapes: two red squares, one teal triangle, two red squares, and one teal triangle. Callout: "A szín, az alak és a mennyiség megváltozik" (The color, the shape, and the quantity change).
- Bottom-left: A sequence of 4 triangles. The first is large teal, the second is small teal, the third is large teal, and the fourth is small teal. Callout: "A méret megváltozik" (The size changes).
- Bottom-right: A sequence of 10 circles. The colors are teal, teal, teal, red, teal, teal, teal, red, teal, red. Callout: "Hol a hiba?" (Where is the mistake?).

Fontos tudnivalók

Formák, színek és méretek mintájának felismerése, folytatása és a hibák felismerése és verbalizálása ezekben a sormintákban. Amikor a gyermek elsajátította a számokat és matematikai műveleteket, akkor a számsorozatok mintáit (2, 4, 6,... / 7, 6, 5, ...) vagy feladatok mintáit („szép csomagok”*) is fel tudja ismerni és folytatni.

A buktatók elkerülése

Mielőtt a gyermek folytatni tudja a mintát, egy sablon alapján reprodukálnia kell a mintát. A színekkel, formákkal, méretekkel kapcsolatos szókécs és a számok 3-ig már bevésődtek.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Minta lerakása, minta rajzolása, rajzolt minta lerakása és folytatása.

Minták felismerése és folytatása

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/I

Így járj el!

Eszközök: Minta lerakása (geometriai alakzatok három színben és két méretben), papír és toll

Nyelv: a kör, a négyszög, a háromszög, nagy, kicsi, piros, kék, sárga, a nagy háromszög, a kis sárga kör, ...
Mit láatsz? – Itt van ___ és ___. Hogyan folytatódik ez a minta? Tudod folytatni ezt a mintát?
Először ___ rakok le, majd ___ rakok le.

Cselekvés: • A tanító az alakzatokból kirak egy mintát. A gyermek leírja a mintát, ő is kirakja azt, majd folytatja a sort.
Különböző nehézségi fokok:

- Egy megkülönböztető jeggyel (pl. csak a szín vagy a forma változik)
- Két megkülönböztető jeggyel (pl. a szín és a forma vagy a méret változik)
- Az elemek száma eltér (pl. egy piros kör, két zöld kör)
- Több megkülönböztető jegy (szám, szín, forma, méret)

- A tanító lediktál egy mintát a gyermeknek. A gyermek lerakja a mintát és folytatja azt.
- A gyermek lerajzolja a kirakott mintát.
- A gyermek egy saját sormintát rak ki/rajzol le.

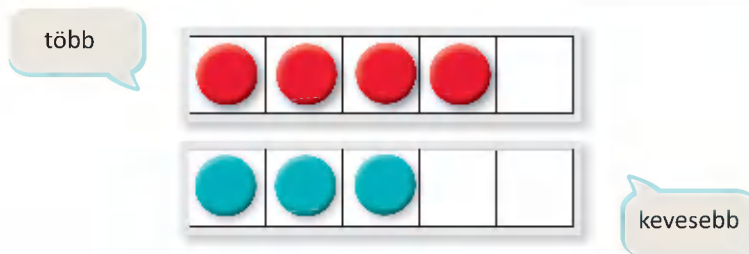
Változatok: • Hibák felismerése és kijavítása egy sormintában.

- A gyermek leírja a lerakott mintát, majd lefedi azt és emlékezetből ismét kirakja vagy lerajzolja.
- A gyermek kap egy bizonyos mennyiségű kirakós eszközt, amik színükben, formájukban és méretükben különböznek. Ezekkel saját mintát alkot.

Itt találsz a FOLYTATÁST!



- Minták számsorozatok esetén (1, 2, 3, 1, 2, 3)
- Egy számsor mintája (eggyel/kettővel több/kevesebb)



Fontos tudnivalók

A mennyiségeket azok megszámlálása nélkül is össze lehet hasonlítani egymással.

Ehhez ki kell fejleszteni a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés* megértését: Egy elemet pontosan egy elemhez rendelünk hozzá.

A buktatók elkerülése

A rendezetlen mennyiségeket rendezetten helyezhetjük el, pl. egy sorban, dobókocka-képként, ötös mezőben/tízes mezőben.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A mindennapokban nem csak dolgok mennyiségét, hanem a hosszúságokat, súlyokat és időtartamokat is össze lehet hasonlítani.

Ez a „több, kevesebb és ugyanannyi/hosszú/rövid vagy hosszabb/rövidebb és nehezebb/könnyebb, mint” fogalmak átfogóbb megértéséhez vezet.

Annak érdekében, hogy kialakuljon ez a megértés, minden cselekvést nyelviileg kell kísérni.

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, két ötös mező

Nyelv: fent, lent, az ötös mező, több, kevesebb, ugyanannyi, a sor, a felső sor, az alsó sor

Itt ___ korong van. Tegyé! le alá ugyanannyi korongot! Tegyé! le több/kevesebb korongot! Hol van több/kevesebb?

Cselekvés: • „ugyanannyi“ → A gyermek elhelyez egymás alatt két ötös mezőt. Az egyik ötös mezőbe pl. négy korongot helyez.

T: „Tegyél a másik ötös mezőbe ugyanannyi korongot!” (A gyermeknek számlálás nélkül kell megoldania a feladatot.)

Ha a gyermek megszámlálja a korongokat, akkor a tanító segítséget nyújt: *„Tegyél minden piros korong alá egy kék korongot!”*

Ezután a gyermek leírja ezt: *„Mind a két ötös mezőben ugyanannyi korong van.”*

• „több”/„kevesebb” → Az egyik ötös mezőben pl. 4 korong van.

T: „Tegyél a másik ötös mezőbe több/kevesebb korongot! Képes vagy erre a korongok megszámlálása nélkül?”

Ezután a gyermek leírja ezt: *„Az alsó ötös mezőben több/kevesebb korong van.”*

• Támogató cselekvés az „ugyanannyi”, „több” és „kevesebb” fogalmakhoz: A tanító lerak egy korongot,

a gyermek pedig az alá letesz egy másikat. A gyermek nyelvíleg kíséri ezt a cselekvést: *„Most minden sorban ugyanannyi korong van.”*

A tanító egy további korongot helyez el a felső sorban: *„Most a felső sorban több korong van.”*

ill. *„Most az alsó sorban kevesebb korong van.”*

• A gyermek előtt vannak a piros-kék korongok és a két ötös mező.

T: „Helyezz mindkét ötös mezőbe ugyanannyi korongot!” Vagy: *„Helyezz az alsó ötös mezőbe több/kevesebb korongot!”*

Változatok: Két nagyobb mennyiség összehasonlítása, amelyek elemei egy-egy sorban vannak elhelyezve (kölsönösen egyértelmű megfeleltetés*, ugyanannyi, több, kevesebb).

Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Számnevek sora – Mennyiségi fogalom [10-ES SZK/5](#)

(a gyermek minden elemhez pontosan egy számnevet rendel hozzá.)



Fontos tudnivalók

A gyermek egy halmaz minden eleméhez pontosan egy másik halmaz egy elemét rendeli hozzá.

A mennyiségek összehasonlításához nem kell megszámlálni az elemeket.

A buktatók elkerülése

A gyermeknek tudnia kell:

- Egy mennyiség ugyanannyi marad, ha nem veszünk el belőle vagy nem adunk hozzá egy elemet sem.
- Elemek egy bizonyos mennyisége ugyanannyi marad, függetlenül a térben való elhelyezkedésüktől (a mennyiség állandósága*).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés* segítségével összehasonlítja két mennyiséget, miközben nyelviileg az „ugyanannyi”, „több” vagy „kevesebb” leírásokat használja.

A mindennapok során is sor kerül a mennyiségek összehasonlítására, pl. T: *„Minden gyermeknek jut egy szék?”* Gy: *„Igen, minden gyermeknek jut egy szék. Ugyanannyi szék és gyermek van.”* Vagy: *„Nem, egy szék hiányzik. Egy székkal kevesebb van.”* stb.

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, tízes rudak

Nyelv: felső sor, alsó sor, ugyanannyi, több, kevesebb, valamennyivel több/kevesebb, alatta
Hol van több/kevesebb? Mennyivel van több/kevesebb? Tegyél le egygel/kettővel több/kevesebb korongot!

Cselekvés: • Kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés*:

Pl. 7 korong van egy sorban a gyermek előtt. **T:** „*Most pedig helyezz el ugyanannyi kék korongot alatta!*”

A tízes rudak segítségével a gyermek minden piros korongot egy kék koronggal köt össze. A gyermek szeme láttára a tanító széthúzza vagy közelebb tolja az egyik sor korong elemeit.

A tízes rudakat összekapcsolásként közelebb toljuk.

T: „*Most több korong van ott vagy még mindig ugyanannyi?*”

- A tanító lerak 8 korongot. Az alatt 6 korong van. A gyermeknek egy pillantással fel kell ismernie a hiányzó hozzárendelést.

T: „*Mit kell tenned, hogy mind a két sorban ugyanannyi korong legyen?*” Két lehetőség van: Korongok hozzáadása az alsó sorhoz, vagy korongok elvétele a felső sorból.

Mind a két lehetőséget a cselekvésen keresztül kell megtapasztalni.

- A tanító lerak egy bizonyos mennyiségű korongot. **T:** „*Helyezz el alatta ___ koronggal többet/kevesebbet!*”

- Két sor van a gyermek előtt, amelyek különböző számú elemet tartalmaznak. **T:** „*Mennyivel van több/kevesebb korong a felső/alsó sorban?*” A gyermek azonnal megnevezi a hiányzó mennyiséget. „*___ hiányzik.*”

Változatok: • A tanító elhelyez két mennyiséget (pl. 5 és 6) két sorban egymás alá. A gyermek már csak fejben gondolja át:

„*Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy ugyanannyi legyen?*” „*Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy itt több/kevesebb legyen?*”

- Két sor van a gyermek előtt, amelyek ugyanannyi elemet tartalmaznak. A tanító az egyik sorban az első korongot a gyermek szeme láttára a sor másik oldalára tolja át. **T:** „*Még mindig ugyanannyi korong van ott? Vagy az egyik sorban több vagy kevesebb van?*”

Itt találd a FOLYTATÁST!

Mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben: „*Hol van több, hol van kevesebb? Vagy ugyanannyi van belőlük?*”
„*Mit kellene tenned, hogy mindkét sorban ugyanannyi korong legyen?*”

A tőszám és sorszám megkülönböztetése

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/4

Öt ujj



Az ötödik ujj

Fontos tudnivalók

A tőszám* határozza meg egy halmaz elemeinek számát, pl. öt korong. Ugyanaz marad, amíg egyetlen elemet sem veszünk el vagy adunk hozzá, és független a halmaz elemeinek méretétől és elrendezésétől.

A sorszám* határozza meg a sorban elfoglalt helyet, pl. az ötödik korong.

A buktatók elkerülése

Az utoljára megnevezett számnév határozza meg az összesen megszámlált elemek mennyiségét.

Számnevek sora – Mennyiségi fogalom [10-ES SZK / 5](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek elmeséli, hogy mit csinált: „*A harmadik csillagot beszíneztem kékre.*” (Sorszám*)

Vagy: „*Három csillagot színeztem ki.*” (Tőszám*)

Számnevek sora – Mennyiségi fogalom [10-ES SZK / 5](#)

Mennyiségek megszámlálása – Számlálási stratégiák [10-ES SZK / 6](#)

A tőszám és sorszám megkülönböztetése

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/4

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, papír és toll

Nyelv: Számnevek 1-10

az első, a második, a tizedik, mennyi, a hányadik

Cselekvés: • Tőszámok* aspektusa: Egy bizonyos mennyiségű korong (pl. 6) van a gyermek előtt. *T: „Mennyit látsz?”*

A gyermek megszámolja: *„Egy, kettő, három, négy, öt, hat.”* majd megismétli az utoljára megnevezett számnevet: *„6 korongot.”*

A *„Hány korongot látsz?”* kérdésre a gyermeknek anélkül kellene válaszolnia, hogy ismételtlen megszámolná a korongokat.

Ha a gyermek megint elkezd a számlálást, akkor a tanító felszólítja, hogy csak az utoljára megnevezett számnevet mondja ki hangosan. *(egy, kettő,....HAT! 6 korongot.)*

• A tanító az éppen megszámolt mennyiséget letakarja vagy az összearát kezébe veszi és megkérdezi: *„Mennyit látsz?”*

• A megszámolt mennyiséget különbözőképpen lehet elrendezni, pl. körben, tömbökben. A tanító minden alkalommal megkérdezi *„Mennyit látsz?”*



A gyermek spontán módon, ANÉLKÜL, hogy még egyszer megszámolná, megnevezi a mennyiséget.

• Ha bevésődött a tőszámok megértése, akkor kerülhet sor a sorszám*-aspektus megkülönböztetésének feldolgozására: Egy bizonyos mennyiségű korong (pl. hat korong) van a gyermek előtt egy sorban.

T: „Mutass rá a harmadik korongra!” → A gyermek megérinti a harmadik korongot.

T: „Mutass 3 korongot!” → A gyermek körbevezeti az ujját három korongon vagy félretol három korongot.

Változatok: • A gyermek öt kört rajzol egy sorba. *„Színezz kékre 5 kört!”* Vagy: *„Színezd kékre a harmadik kört!”*

Itt találsz a FOLYTATÁST!



- Mennyiségek megszámolása – Számlálási stratégiák [10-ES SZK / 6](#)
- Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése”* 5-ig [10-ES SZK / 8](#)

Számnevek sora – Mennyiségi fogalom

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/5



Fontos tudnivalók

A számnevek sorának felmondása pusztán emlékezeti készség, és még nem feltételezi a matematikai megértést.

A számszavak sorának (egy, kettő, három, ... tíz) megtanulása a megjegyzőképességről és a sorozatosságról (sorrendiségről) szól.

Az utoljára megnevezett számnév a halmaz elemeinek számát jelzi.

Meg kell értetni, hogy minden egyes számnévvel a halmaz "eggyel több" lesz növekvő sorrendben vagy "eggyel kevesebb" csökkenő sorrendben.

Nem csak arról van szó, hogy melyik szám áll előtte, vagy utána.

A buktatók elkerülése

A számnevek sorának megtanulását összekapcsoljuk, illetve támogatjuk a megfelelő ujjképekkel* vagy mennyiségfogalmakkal.

Először az 1-5 számokat kell elsajátítani, majd a 0-t is. Először ki kell építeni a számnevek sorát 10-ig.

A németet második nyelvként beszélő gyermekek számára a számnevek sorának megtanulása nagyobb kihívást jelenthet.

A tőszám* és sorszám* megkülönböztetése [10-ES SZK / 4](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által aktiválódik a matematikai megértés:

Szám kimondása – Ujjkép* – Mennyiségképek– esetleg számképek [10-ES SZK / 10](#) , [10-ES SZK / 11](#) , [10-ES SZK / 17](#)

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

Számnevek sora – Mennyiségi fogalom

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/5

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, ujjképkártyák, mennyiségképek (0–10)

Nyelv: Számnevek 0–10

Cselekvés:

- Számnevek sorának megtanulása az ujjképekkel* összefüggésben
- Mennyiségek megszámlálása – Számlálási stratégiák 10-ES SZK/6
- A mennyiségek meghatározása ujjképkártyák vagy mennyiségképek esetén
- Egy megnevezett számhoz a hozzá tartozó ujjkép* mutatása vagy a mennyiségkép /ujjképkártya megkeresése.
- Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is.

Változatok:

- A gyermekek számláljanak az anyanyelvükön. Ezen számnevek összekapcsolása mennyiségekkel.
- Játék: Párok megkeresése vagy memóriajáték ujjképkártyákkal és mennyiségképekkel
- Mennyiségek összehasonlítása ujjképekkel* és mennyiségképekkel

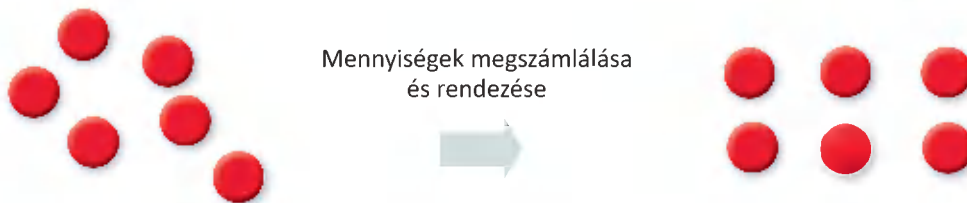
Itt találsz a FOLYTATÁST!



- Mennyiségek megszámlálása – Számlálási stratégiák 10-ES SZK/6
- A számlálás folytatása egy bizonyos számtól kezdve 10-ES SZK/15
- Visszafelé számlálás 10-ES SZK/14

Mennyiségek megszámlálása – Számlálási stratégiák

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/6



Fontos tudnivalók

Minden elemhez a számnevek sorának pontosan egy számnevét rendeljük hozzá (kölcönösen egyértelmű megfeleltetés*).

Egy tárgyat sem szabad többször megszámlálni, vagy kifejejteni.

Ki kell alakítani egy számlálási rendszert: fentről lefelé, balról jobbra, vagy a számolás előtt sorrendbe kell állítani a mennyiséget.

A buktatók elkerülése

A számnevek sora 10-ig bevésődött. [10-ES SZK/5](#)

Vigyázat: „kettő” → „ket-tő” → két szótag, de csak egy elem

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Az eredmény szempontjából nem fontos, hogy milyen sorrendben kerül sor az elemek megszámlálására.

Mindig ugyanannyi lesz a számlálás eredménye, függetlenül attól, hogy jobbról vagy balról kezdek el számlálni, vagy a mennyiséget másképp rendezem el.



Mennyiségek megszámlálása – Számlálási stratégiák

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/6

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, mintá lerakása (a számláláshoz használjuk az eszközöket)

Nyelv: rendezetlen, rendezett, számnevek 1–10

Hány ___ van itt?

Cselekvés: • Egy bizonyos mennyiségű korong van rendezetlenül az asztalon.

T: „Hány korong van az asztalon?” – A gyermek megszámlálja.

T: „Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy könnyebben tudd megszámlálni?” – A gyermek elgondolkodik.

Lehetőségek: egy sorba rendezés, csoportba rendezés, minden számnévnél egy korong félretolása.

Változatok: • A gyermek ugyanazt a mennyiséget különböző elrendezésekben számlálja meg:

Először az elemek közel vannak egymáshoz és a gyermek úgy számlálja meg azokat.

Ezután a gyermek szeme láttára a tanító egymástól nagyobb távolságra húzza szét a korongokat.

A gyermeknek meg kellene tudnia mondani az elemek számát, anélkül, hogy még egyszer megszámlálná őket (a mennyiség állandósága*).

• Az elemek négyzög vagy kör alakba vannak rendezve.

• Egy sor korong van a gyermek előtt. A gyermek meghatározza az elemek számát (a mennyiség állandósága*).

A gyermek szeme láttára a tanító az első korongot hátra tolja.

T: „Most mennyi korong van ott? Ugyanannyi?”

Itt találd a FOLYTATÁST!



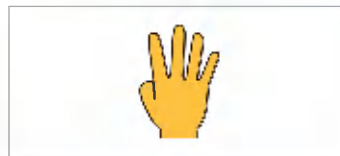
• Tíz-es mező – Mennyiségek egy pillantásra [10-ES SZK / 13](#)

• Számképek a mennyiségekkel összefüggésben [10-ES SZK / 17](#)



Ujjképek az 5-ös számkörben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/7



Fontos tudnivalók

A gyermeknek képesnek kell lennie arra, hogy a mennyiségeket az 5-ös számkörben különböző módokon, egy kézzel mutassa.

A buktatók elkerülése

Fontos, hogy a gyermek egyszerre nyújtsa ki az ujjait, ne pedig egyesével, ill. számlálva.

Az ujjak számát azok összességében méri fel (tőszám*).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermeknek fel kell ismernie, hogy egy mennyiséget különböző módon lehet ábrázolni az ujjakkal.

Ugyanakkor a behajtott ujjak mennyiségét is fel kell ismerni és meg kell beszélni.

pl. „*Mindig, ha négy ujjam ki van nyújtva, akkor egy be van hajtva.*”

Ujjképek az 5-ös számkörben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/7

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek* [ujjképkártyák](#) 5-ig, [ötös mező](#), piros-kék korongok

Nyelv: Számnevek 0–5, kinyújtott, behajtott, az ujjkép*

Mindig, ha ____, akkor ____. __ ujjat nyújtottam ki/hajtottam be.

Cselekvés: • T: „Nyújtsd ki 4 ujjad!” „Máshogy is tudsz még 4 ujjat mutatni?”

• T: „Nyújtsd ki 2 ujjad! Hány ujjad van behajtva?”

„Mi van akkor, ha 2 másik ujjat nyújtottál ki? Hány ujjad van ekkor behajtva?”

Gy: „Mindig, amikor 2 ujjam ki van nyújtva, akkor 3 ujjam be van hajtva.”

• Ujjképkártyák mutatása és megnevezése

• A gyermek megnevez egy ujjképkártyát és az annak megfelelő számú korongot helyez az ötös mezőbe.

T: „Hány ujjat látsz? Hány korongra van szükséged?”

• Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is.

Változatok: • A gyermek a mennyiségeket a bal **vagy** a jobb kézen mutatja.

• A tanító ujjképeket* mutat, a gyermek pedig leírja azokat.

• A tanító úgy mutatja meg az ujjképeket*, hogy a behajtott ujjakat vagy látni lehet, vagy nem lehet látni.



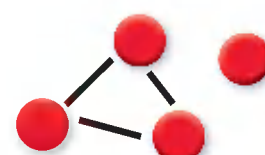
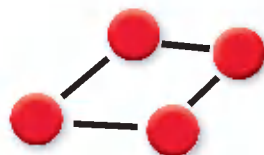
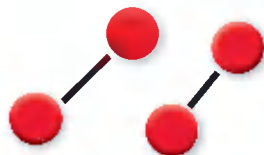
Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Ujjképek* megnevezése és mutatása – Elsajátítás [10-ES SZK/10](#)

Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése” 5-ig

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/8



Fontos tudnivalók

Az 5-ig terjedő számok biztos és villámgyors felismerése fontos előfeltétele a nagyobb számok nem számlálva történő meghatározásának.

A buktatók elkerülése

A gyermek felismeri, hogy a számok több részmennyiség összetételéből állnak.

A rész-egész elv* biztos alkalmazása

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Vizuális tagolás által a 3, 4 ill. 5 mennyiségeket különböző részmennyiségekre osztjuk.

A részmennyiségek felismerésével gyorsan meg lehet határozni a teljes mennyiséget.

„Itt van kettő és ott is kettő van. Ez összesen négy.”

A részhalmazokat vizuálisan különböző módon lehet tagolni (ld. a képeken).



Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése” 5-ig

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/8

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, ujjképek* 5-ig, ötös mező

Nyelv: Számnevek 0–5

___ látok. Itt ___ van. Ez összesen ___.

Cselekvés: • A tanító lerak a gyermek elé pl. 4 korongot rendezetlenül.

T: „Meg tudod állapítani, hogy hány korong van ott?”

Ha a gyermek elkezdene számlálni, akkor a tanító rámutat az egyik kettes részhalmazra.

T: „Hány korong van itt?” – Gy: „Ott 2 van.”

T: „És hány korong van itt?” – Gy: „Ott is 2 van.”

T: „Ez hány korong összesen?” – Gy: „Ez összesen 4.”

Ha a gyermek nem tudná megnevezni a teljes mennyiséget, akkor az ujjával kell megmutatnia azt.

A gyermek az **egyik kezén** 2 ujjat mutat meg még 2 ujjat hozzá.

• Ugyanígy járjunk el a 3 részhalmazával is (2 meg 1 / 1 meg 2).

• Ugyanígy járjunk el az 5 részhalmazával is (3 meg 2 / 2 meg 3 és 4 meg 1, 2 meg 2 és 2 meg 1).

Változatok: • A korongok számának áthelyezése az ötös mezőre és annak leírása:

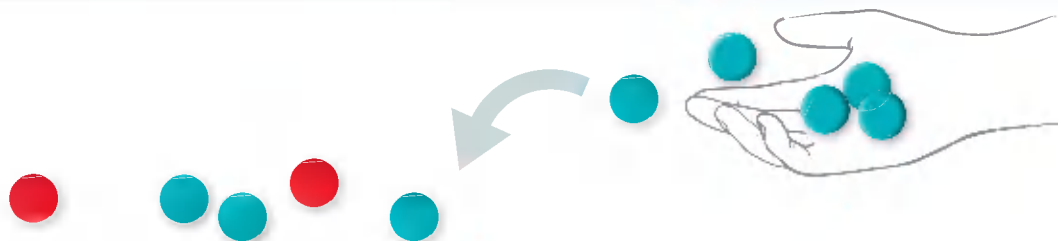
T: „Hány mezőt van kiszínezve és hány mező maradt üresen?”

Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Ujjképek* megnevezése és mutatása – Elsajátítás [10-ES SZK/10](#)

• Tízes mező – Elsajátítás és mennyiségek ábrázolása „az 5-ös erejével”* [10-ES SZK/11](#)



Fontos tudnivalók

A számlálás nélküli számítás* alapvető előfeltétele, hogy a gyermek spontán módon ismerje fel a részmenntiségeket a számok 5-ös számkörben történő bontásakor.

A buktatók elkerülése

A mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése”* 5-ig 10-ES SZK / 8 már bevéődött.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számok bontásait különböző módokon lehet ábrázolni.

Ez fejleszti a mennyiségek és számok matematikai megértését.

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által aktiválódik a matematikai megértés.

Lehetséges ábrázolások: piros-kék korongok, ujjképek (kinyújtott és behajtott ujjak), ábrázolás az ötös mezőben.

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

Mennyiségek részhalmazokra bontása az 5-ös számkörben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/9

Így járj el!

Eszközök: Piros-kék korongok, ötös mező, számok bontásai az 5-ös számkörben korongok segítségével, üres kártyák másolata a mennyiségek ötös mezőben való ábrázolásához, papír és toll

Nyelv: Számnevek 0–5 / ___ kék korongot és ___ piros korongot látok. Ez összesen ___.

- Cselekvés:**
- A gyermek kézbe vesz öt korongot, leejti őket az asztalra és leírja:
„3 kék korongot és 2 piros korongot látok. Az összesen 5 korong.”
A gyermek lerajzolja az eredményt vagy a korongokat elhelyezi az ötös mezőben.
 - A gyermek megismétli a korongok eldobását és az eredményeket lejegyzi.
(üres kártyák másolatai a mennyiségek ábrázolásához az ötös mezőben)
T: „Hány különböző lehetőséget találsz a számok bontására?”
 - T: „Melyik két bontás tartozik mindig össze?” (2 + 3 ill. 3 + 2 lejegyzés nélkül)
 - Villámgyakorlat*: A tanító röviden felmutatja a számok bontását az 5-ös számkörben korongokkal, a gyermek pedig meghatározza azokat.
 - Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is: „5 kék korongot és 0 piros korongot látok.”

- Változatok:**
- Korongok dobása a 3 ill. 4 mennyiségekkel
 - Lehetőségek a lejegyzéshez: Piros és kék korongok lerajzolása vagy piros és kék strigulák húzása a korongok számának megfelelően vagy számok írása.
 - A tanító lerak öt darab ugyanolyan színű korongot egy sorba. A tanító úgy helyez el közöttük egy tollat, hogy a teljes mennyiséget két részhalmazra osztja. A gyermek meghatározza a részhalmazokat.
 - Rejtvény: A tanító pl. 5 korongot lefedve rak le. A gyermek elgondolkodik, hogy hogyan helyezkedhetnek el a korongok. Helyes megoldás esetén a tanító felfedi a korongokat (2 és 3 vagy 4 és 1...).

Itt találd a FOLYTATÁST!

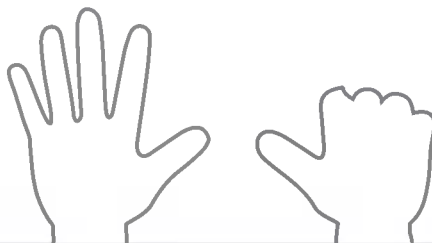


- Ujjképek megnevezése és mutatása – Elsajátítás 10-ES SZK/10
- Tíz-es mező – Elsajátítás és mennyiségek ábrázolása 10-ES SZK/11
- Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a számítást is le lehet jegyezni: $5 = 3 + 2$



Ujjképek megnevezése és mutatása – Elsajátítás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/10



Fontos tudnivalók

A gyermeknek a számokat az 5 és egy másik szám összetételeként kell felismernie (pl. öt meg egy az hat).

A gyermek az **egy** kézen lévő öt darab ujjat az 5-ös szám összegeként értelmezi.

Ehhez hasonlóan a gyermek a **mindkét** kézen lévő ujjat a 10-es szám összegeként értelmezi (tőszám*).

A buktatók elkerülése

Az 5-ös számkör ujjképei* képzik az alapot. [10-ES SZK / 7](#)

A gyermeknek nem szabad az ujjait egyesével kinyújtania, hanem egyszerre kell felmutatnia őket (mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése”*).

A gyermek ismeri a számneveket 10-ig.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek az ujjával végzett cselekvést nyelvileg segíti és kíséri:

T: „*Mutass fel 6 ujjat!*” A gyermek leírja a részhalmazokat: „*Itt van öt ujj, itt pedig egy ujj. Az összesen hat ujj.*”

Vagy T: „*Mutass fel öt ujjat és három ujjat!*” A gyermek megnevezi a teljes mennyiséget.

Ujjképek megnevezése és mutatása – Elsajátítás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/10

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek***Nyelv:** kéz/kezek, ujjak, az ujjkép / Mutass fel ___ ujjat! Hány ujjat látsz?

Ez ___ ujj. Az egyik kezemen ___ ujj van kinyújtva, a másik kezemen MEG ___ ujj van kinyújtva.

Az összesen ___ ujj. ___ ujjat hajtottam be. Még ___ ujj hiányzik, hogy 10 legyen.

(A nyelvi leírás során a gyermek már használja a MEG szót. Így a „meg” szó a köznap nyelvűből következő lépésként a „plusz” szóval együtt már alkalmazható szaknyelvben.)



- Cselekvés:**
- **T:** „Mutass fel 6 ujjat!” „Hány ujjat nyújtottál ki az egyik kezeden?” „Hány ujjat nyújtottál ki a másik kezeden?” „Ez hány ujj összesen? – Gy: „Az egyik kezemen 5 ujj van kinyújtva, a másik kezemen MEG 1 ujj van kinyújtva. Az összesen 6 ujj.”
 - A tanító felmutat egy ujjképet*. A gyermek leírja azt és ezzel megállapítja az ujjak számát.
Gy: „Az egyik kézen 5 ujjat látok, a másikon pedig 2 ujjat. Az összesen 7 ujj.”
 - Villámgyakorlat*: A tanító csak röviden mutat fel egy ujjképet. A gyermeknek ezt egy pillantással fel kell ismernie.
 - A tanító felmutat 5 ujjat. A tanító a második kis részalmazt, pl. 3 ujjat, csak röviden mutatja fel. A gyermek megnevezi a teljes mennyiséget.
 - A nulla ujjképet* is vonjuk be.
- Változatok:**
- Az ujjképet* már nem nyíltan mutatjuk a kezeken, hanem egy kendővel, vagy egy papírral eltakarva vagy az asztal alatt. A gyermek emlékezetből jegyzi le: „Az egyik kézen 5 ujjat nyújtottam ki, a másikon meg 1 ujjat.”
 - A gyermek az ujjképet* később már csak emlékezetből írja le: „Képzeld el, hogy 6 ujjat mutatsz! Írd le, hogy hány ujjat nyújtottál ki az egyik kezeden, hányat MEG a másik kezeden!”
 - Pillantás a 10-re: „7 ujjat nyújtottam ki. 3 ujj van behajtvva (nem kinyújtva). Még 3 ujj hiányzik, hogy 10 legyen.”

Itt találsz a FOLYTATÁST!

- Ujjképek* automatizálása [10-ES SZK / 12](#)
- A 0-5 és az 5-10 ujjképek* közötti összefüggések felismerése/elmélyítés:
„Hét – Öt meg két ujjat látok.”



Fontos tudnivalók

A mennyiségeket az 5 és egy másik mennyiség összetételeként ismerjük fel. Egy mennyiség elemeinek számát egy pillantással (spontán módon), nem pedig számlálva kell meghatározni. Ennek előfeltétele a „rész-egész elv”*: A gyermek a mennyiséget átlátható részhalmozokra bontja és így fel tudja ismerni a teljes mennyiséget: *„Fent ötöt látok, lent meg kettőt. Ez összesen hét.”*

A buktatók elkerülése

„Az 5-ös ereje”* az ujjképeknél* 10-ig már bevésődött 10-ES SZK/12.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

„Tedd le a korongokat úgy, hogy egy pillantással, számlálás nélkül fel tudd ismerni, hogy mennyi van ott!”

„Miért látod most jobban, mint ezelőtt/mint mikor még rendezetlenül helyezkedtek el?”

Néhány gyermek vizuálisan elrendezi a mennyiséget fejben, és így gyorsan meg tudja határozni a számot anélkül, hogy ténylegesen máshová kellene helyeznie a korongokat. Fontos, hogy ezt verbalizálni is tudják, mert akkor fejlődik ki a matematikai megértés is.

A szorzás fogalmának előkészítése a tízes mező leírásakor (kétszer 5 mező, ötször 2 mező).

Így járj el!

Eszközök: Piros-kék korongok, tízes mező, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben

Nyelv: Tízes mező, felső sor, alsó sor, mező / mezők, sor, oszlop, még egyszer

Mennyit látsz? ___ van ott. ___ látok/ismerek fel. Ez összesen ____. Még ___ hiányzik, hogy 10 legyen.

Cselekvés: • Az üres tízes mező elsajátítása: Hagyjuk, hogy a gyermek felfedezze, mit lát.

Gy: „Itt van 5 négyzet és itt van 5 négyzet.” – „Az összesen 10 négyzet.”

T: „Igen, a felső sorban 5 négyzet van. Az alsó sorban meg 5 négyzet.” – „Hányszor látsz 5 négyzetet?”

Válasz: „Kétszer” „Fel tudsz fedezni valami mást is?” (A tanító az oszlopokra mutat).

Gy: „Itt van 2 meg még egyszer meg még egyszer meg még egyszer meg még egyszer.”

T: „Hányszor van itt 2 mező egy oszlopban?” Gy: „Ötször!”

- Mennyiségek lerakása a tízes mezőben „az 5-ös erejével”*: A tanító egy bizonyos mennyiségű korongot tesz le a gyermek elé rendezetlenül.

T: „Tedd a korongokat a tízes mezőbe! A felső sorban kezdj!” Először írjuk le a gyermekkel, hogy mit látunk: pl.

„A felső sorban 5 van, az alsó sorban meg ____ . Ez összesen ____.”

- Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is: Itt nulla korong van. Itt egy korong sincs.

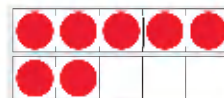
Változatok: • Villámgyakorlat*: A gyermeknek meg kell határoznia egy mennyiséget a tízes mezőben, amit a tanító csak röviden mutat fel.

- A tanító mennyiségek különböző ábrázolását mutatja; „*Mennyi hiányzik ahhoz, hogy 10 legyen?*” (Egy pillantás az üres mezőkre) – „*7-et látok. Még 3 hiányzik a 10-hez.*”

Itt találd a FOLYTATÁST!



- Tízes mező – Mennyiségek egy pillantásra 10-ES SZK/13
- Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a nyelvi cselekvést számításként lehet lejegyezni: $5 + 1 = 6$, $5 + 2 = 7$, ...



Fontos tudnivalók

Annak érdekében, hogy a gyermek a 10-es számkörben számlálás nélkül oldja meg a matematikai műveleteket, az ujjképeket* spontán módon kell felismernie és mutatnia.

A nyelvi leírás során a gyermek már használja a MEG szót. Így a „meg” szó a köznapi nyelvből következő lépésként a „plusz” szóval együtt már alkalmazható szaknyelvben.

A gyermek hasonlóképpen sajátítja el az elvételt, amikor a számok kézzel való bontásakor* az egyik kéz részmennyiségét behajtja, pl. Nyolc ujj van kinyújtva, a gyermek pedig az egyik kéz három ujját vagy a másik kéz öt ujját egyszerre hajtja be.

A buktatók elkerülése

Az ujjképek* és a mennyiségek ábrázolásának összekapcsolása a tízes mezőben feltételezi a tízes mező elsajátítását 10-ES SZK / 11.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által aktiválódik a matematikai megértés: A saját ujjakon végzett cselekvések – az ujjképkártyák használata – rendszerezett mennyiségek* a tízes mezőben korongos számolószalagok lerakásával. Minden cselekvést összekötünk a nyelvvel. Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, ujjképkártyák, piros-kék korongok, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, tízes mező, korongos számolószalag, számkártyák

Nyelv: Ujjak, korongos számolószalag, ötkorongos számolószalag, tízes mező / Mutass fel ___ ujjat! Hány ujjat látsz? Ez ___ ujj. Az egyik kezemen ___ ujj van kinyújtva, a másik kezemen MEG ___ ujj van kinyújtva. Egy ötkorongos számolószalagot MEG egy ___ korongos számolószalagot helyezek el a tízes mezőben.

Még ___ ujj/korong hiányzik, hogy 10 legyen.

Cselekvés: • A tanító mutat egy ujjképkártyát, a gyermek pedig leírja azt és a saját ujjain is felmutatja.

• A tanító megnevez egy számot. A gyermek felmutatja a hozzá tartozó ujjképkártyát.

• Villámgyakorlat*: A tanító röviden felmutat egy ujjképkártyát*. A gyermek egy pillantással megállapítja az ujjak számát.

• Ujjképek hozzárendelése a mennyiségek ábrázolásának a tízes mezőben.

• Ujjképek meghatározása és a hozzájuk tartozó mennyiségek kirakása korongos számolószalaggal a tízes mezőben. Ennek során ügyelni kell arra, hogy az 5-ös mennyiséghez az ötkorongos számolószalagot helyezzük a tízes mezőbe. (pl. 6 az 1 ötös meg 1 egyes. 10 az 2 ötös.)

• Ujjképek megváltoztatása – A kivonás előkészítése:

„Mutass fel 8 ujjat!” „Hajts be 3 ujjat!” „Hány ujj van még kinyújtva?”

Fontos: A gyermeknek az egyik kezén be kell hajtania három ujját és a másik kézen lévő öt ujjat pedig kinyújtva hagynia.

• Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is.

Változat: Ha a gyermek már elsajátította a számképeket és műveleti jeleket:

• Ujjképek* hozzárendelése a számkártyákhoz

• A számok kézzel való bontásának* lejegyzése számításként. 10-ES SZK/29



Itt találd a FOLYTATÁST!

- Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a nyelvi cselekvést számításként lehet lejegyezni: $5 + 2 = 7$, $2 + 5 = 7$, $7 = 5 + 2$, $7 - 5 = 2$, $7 - 2 = 5$, $10 - 3 = 7$, $7 + \underline{\quad} = 10$, $10 - \underline{\quad} = 7$
- Fordított műveletes ellenőrző feladatok 10-ES SZK/27, Felcseréléses feladatok 10-ES SZK/30

Tíz-es mező – Mennyiségek egy pillantásra

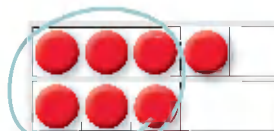
FEJLESZTÉS 10-ES SZK/13



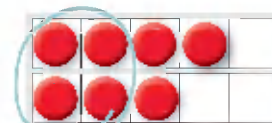
A felső sorban 5-öt látok,
az alsó sorban meg 2-t.



Most fent 4 van,
lent meg 3.



6-ot meg 1-et látok.



4-et meg 3-at látok.

Fontos tudnivalók

Egy adott mennyiség különböző ábrázolásait célszerűen kell elsajátítani.

A tízes mezővel való gyakorlás és automatizálás egy absztrakciós szakasz, amelyre csak a saját ujjakkal való munka után kerül sor.

Egy mennyiség elemeinek számát egy pillantással (spontán módon), nem pedig számlálva kell meghatározni.

A buktatók elkerülése

A gyermek felismeri, hogy a számok több részmennyiség összetételéből állnak.

A rész-egész elv* biztos alkalmazása Mennyiségek részhalmazokra bontása [10-ES SZK/9](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek a mennyiségek ábrázolását különböző részhalmazokkal írja le.

Tízes mező – Mennyiségek egy pillantásra

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/13

Így járj el!

Eszközök: Piros-kék korongok, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, tízes mező

Nyelv: Tízes mező, felső sor, alsó sor, mező / mezők, sor, oszlop, még egyszer
Mennyit látsz? ___ van ott. ___ látok/ismerek fel. Ez összesen ___. ___ hiányzik.

Cselekvés: • A tanító egy bizonyos mennyiségű korongot (5-nél többet) tesz le a gyermek elé rendezetlenül.

T: „El tudod helyezni úgy a korongokat a tízes mezőben, hogy egy pillantással felismerd, mennyi van ott?”

A gyermek leteszi a korongokat „az 5-ös erejével”* , pl. 5 meg 2.

A tanító felteszi a kérdést: „*Máshogy is el tudod helyezni a korongokat?*”

A gyermek másképp teszi le a korongokat és leírja a részmennyiségeket (pl. 4 meg 3). Ezáltal sok lehetőség nyílik a „rész-egész elv”* megtapasztalására és annak leírására, hogy melyik ábrázolást lehet gyorsan felismerni.

Változat: • Villámgyakorlat*: A tanító röviden felmutatja egy mennyiség ábrázolását a tízes mezőben, a gyermek pedig meghatározza azt.
• A gyermeknek lehetőleg sok ábrázolást kell találnia egy előre meghatározott mennyiség ábrázolásához.

• Egy pillantás az üres mezőkre: *T: „Mennyi hiányzik még a 10-hez?” – Gy: „7-et látok. Még 3 hiányzik a 10-hez.”*

• Egy bizonyos mennyiségű, páros számú korong (legfeljebb 10) van rendezetlenül a gyermek előtt.

T: „Helyezd el ezeket a korongokat a tízes meződben úgy, hogy a felső és alsó sorban ugyanannyi korong legyen!”

• Egy bizonyos mennyiségű, páratlan számú korong (legfeljebb 9) van rendezetlenül a gyermek előtt.

T: „Helyezd el ezeket a korongokat a tízes meződben úgy, hogy a felső és alsó sorban ugyanannyi korong legyen!”

T: „Lehetséges ez? Miért nem lehetséges?” – Gy: „Itt eggyel több/kevésbé van.”

T: „Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy a felső és alsó sorban is ugyanannyi korong legyen?” (egyét hozzáadni, egyet elvenni)

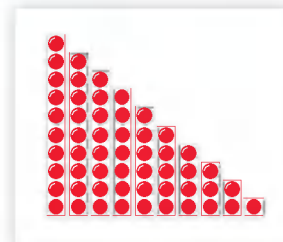
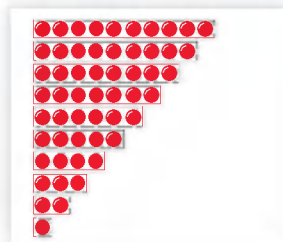
• Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is.

Itt találd a FOLYTATÁST!



- Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a nyelvi cselekvést számításként lehet lejegyezni: $3 + 2 = 5$, $2 + 2 + 1 = 5$, $10 - 3 = 7$, $7 + _ = 10$, $10 - _ = 7$

Számlálás visszafelé



Fontos tudnivalók

Az előre számlálás legtöbbször könnyebben megy, mint a visszafelé számlálás. A visszafelé számlálást gyakorlással lehet fejleszteni.

A buktatók elkerülése

A számnevek sora 10-ES SZK/ 5 és az ujjképek* 10-ES SZK/ 12 már bevésődtek.

Könnyű feladatokkal kezdjük: „*Számolj vissza háromtól!*” vagy „*Számolj vissza öttől!*”

Figyeljünk az 5-ös és a 10-es átlépéseknél fellépő nehézségekre (visszaszámlálás 6-tól, ill. 11-től).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekben tudatosulnia kell, hogy visszafelé számlálás esetén a mennyiség mindig egy elemmel kisebb lesz.

A megértés kifejllesztése érdekében a számlálás folyamatát mindig mennyiségekkel összefüggésben kell gyakorolni.

Számlálás visszafelé

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/14

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, korongos számolószalagok, fedőszalagok

Nyelv: Számnevek 0–10, eggyel kevesebb, visszafelé számlálás, visszaszámlálás

Tudsz visszafelé számlálni/Vissza tudsz számlálni innen kezdve: ____ ? Számlálj vissza innen: ____ !

- Cselekvés:**
- Számlálás ujjképekkel*: „*Számlálj vissza 5-től kezdve!*” Segítségnyújtás: „*Mutass fel 5 ujjat! Most pedig mutass eggyel kevesebbet!*”
„*Vissza tudsz most számlálni, amíg azt nem mondom, hogy ÁLLJ!*”
 - Számlálás korongos számolószalaggal

A korongos számolószalagokat vízszintesen vagy függőlegesen a legnagyobbtól a legkisebbig rendezünk el.

T: „*Mit fedezel fel?*” – Gy: „*Itt mindig eggyel kevesebb van!*”

Változatok:

- „Rakétaindítás” a nulla bevonásával – T: „Megy a visszaszámlálás: 0, 1, 2, ..., /3, 2, 1, 0

- Egy korongos számolószalagnál lépésről lépésre letakarjuk a fedőszalaggal az egyik korongot a másik után.

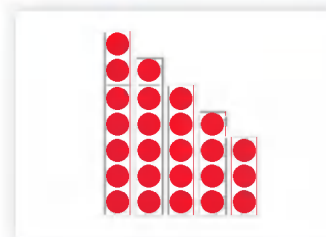
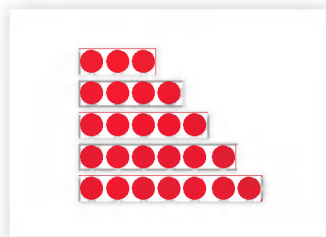
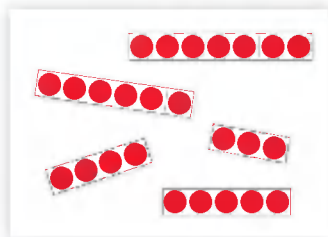
Itt találd a FOLYTATÁST!



- A számlálás folytatása egy bizonyos számtól kezdve 10-ES SZK / 15
- Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a nyelvi cselekvést számításként lehet lejegyezni: $7 - 1 = 6$, $6 - 1 = 5$, $5 - 1 = 4$, ...

A számlálás folytatása egy bizonyos számtól előre és visszafelé

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/15



Fontos tudnivalók

A gyermeknek el kell tudnia igazodni a számnevek sorrendjén ahhoz, hogy egy adott számtól tovább tudjon számlálni. Ez csak akkor lehetséges, ha a számnévhez egy mennyiség is kapcsolódik.

Egy bizonyos számot követő tag meghatározása előkészíti az összeadás megértését*. A következő szám mindig eggyel több.

Egy bizonyos számot megelőző szám meghatározása előkészíti a kivonás megértését. A következő szám mindig eggyel kevesebb.

A buktatók elkerülése

A számnevek sora 10-ES SZK/ 5 és az ujjképek* 10-ES SZK/ 12 már bevésődtek.

Fordítsunk különös figyelmet az 5-ös és 10-es átmenetekre és gyakoroljuk azokat: Folytasd a számlálást 4-től kezdve! Számlálj vissza 8-tól kezdve!

A saját ujjak (ujjképek*) segíthetnek.

A számnevek sorát nem egészben mondatjuk fel mint egy verset, hanem minden számnévhez egy bizonyos mennyiség is kapcsolódik.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számnevek sorát egy tetszőleges számnévtől kezdve lehet felmondani előre vagy visszafelé.

Meg lehet nevezni egy tetszőleges számot megelőző vagy követő számot. (Megértés: eggyel több, eggyel kevesebb)

A számlálás folytatása egy bizonyos számtól előre és visszafelé

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/15

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, korongos számolószalag, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, mennyiségképek

Nyelv: eggyel több/kevesebb, számlálás előre, számlálás visszafelé

Tudod folytatni a számlálást előre/visszafelé? Folytasd a számlálást/Számlálj vissza innen: ___ !

Cselekvés: • T: „Tudod folytatni a számlálást 5-től előre/visszafelé?”

Segítség: „Mutass fel ___ ujjat! Most pedig mutass egy ujjal többet/kevesebbet!”

(Mennyiségek összehasonlítása – Kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés* 10-ES SZK / 3)

„Tudod folytatni a számlálást előre/visszafelé, amíg azt nem mondom, hogy ÁLLJ?”

- A korongos számolószalagokat (pl. 3-tól 7-ig) rendezetlenül rakjuk le. A gyermek megnevezi a szalagokon lévő pontok mennyiségét, majd a szalagokat sorrendbe teszi.

T: „Mit fedezel fel?” – Gy: „Itt mindig eggyel több/kevesebb van!”



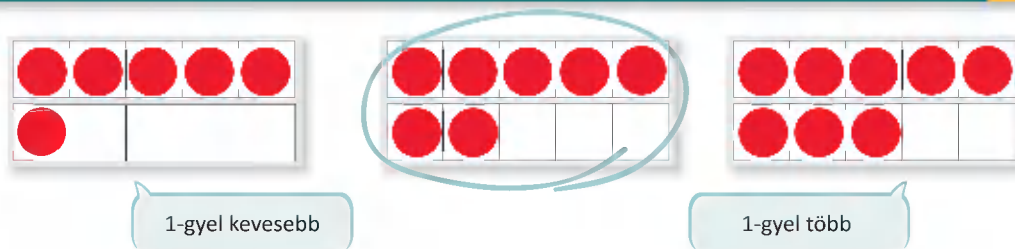
Változatok: • A számlálás folytatása előre vagy visszafelé egy bizonyos számtól kezdve.

- Mennyiségek tízes mezőben való ábrázolásának növekvő vagy csökkenő sorrendbe való rendezése (pl. 4-től 8-ig).
- Mennyiségképek növekvő vagy csökkenő sorrendbe rendezése.

Itt találd a FOLYTATÁST!



- Számsorozatok kirakása számkártyákkal, vagy azok folytatása írásban
- Kettesével számlálás (2-vel több/kevesebb)
- Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb a mennyiségeknél 10-ES SZK/16



Fontos tudnivalók

A gyermeknek meg kell értenie a mennyiségek megváltozását:

A halmaz eggyel nagyobb lesz, ha hozzáadok egy elemet. A halmaz eggyel kisebb lesz, ha elveszek belőle egy elemet.

A buktatók elkerülése

A matematikában a nagyobb azt jelenti: több elem lesz / kisebb azt jelenti: kevesebb elem lesz.

A gyermek egy bizonyos számtól kezdve tud előre és visszafelé számlálni. [10-ES SZK/15](#)

A gyermek meg tudja nevezni és mutatni tudja az ujjképeket*. [10-ES SZK/12](#)

A gyermek le tudja rakni a mennyiségeket a tízes mezőbe és meg tudja nevezni azokat. [10-ES SZK/13](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A nyelv segítségével fejlesztjük a szomszédos számok közötti kapcsolat megértését: eggyel több / eggyel kevesebb

„5 egy elemmel több, mint 4”, vagy akár „4 egy elemmel kevesebb, mint 5.

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, ujjképkártyák, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, tízes mező, piros-kék korongok

Nyelv: eggyel több, eggyel kevesebb, hozzáadni, elvenni, ___ eggyel több, mint ___ / eggyel kevesebb, mint ___

Cselekvés: • Ujjképek* alkalmazása: *T: „Mutass fel 4 ujjat egy kezeden! – Most pedig mutass eggyel többet!”*

A gyermek még egy ujját kinyújtja azon a kezén: *„Ez 4 ujj. Hozzáadok egy ujjat. Ez most 5 ujj.”*

T: „Mutass fel 6 ujjat! – Most pedig mutass eggyel kevesebbet!”

A gyermek behajtja az egyik ujját: *„Ez 6 ujj. Elveszek egyet. Ez most 5 ujj.”*

• A tanító felmutat egy ujjképet*, pl. 5: *„Mutass eggyel többet!”* A gyermek felmutat 6 ujjat. *Gy: „Ez 5 ujj. 6 ujjat mutatok. Az eggyel több.”*

• A tanító felmutat egy ujjképkártyát, pl. a 7-et. *„Mutass eggyel kevesebbet!”* A gyermek felmutat 6 ujjat: *„Ez 6 ujj. 6 ujjat mutatok. Ez eggyel kevesebb.”*

• Mennyiségek ábrázolásának használata: A gyermek megnevezi a mennyiségek egy ábrázolását a tízes mezőben, pl.: *„Ez 7.”*

T: „Fogd azt a kártyát, amin eggyel több/kevesebb korongot látsz és tedd le mellé!”

Változat: • A tanító megnevez egy számot, a gyermek pedig felmutatja az ujjképet*. Az eggyel több/kevesebb számot a gyermek fejben határozza meg.

• A gyakorlatoknál növeljük a tempót.

• A gyermek pl. 6 ujjat mutat az asztal alatt elrejtve. Ezután meg kell neveznie az eggyel több/kevesebb számot.

• A gyermek a gyakorlatokat már csak fejben végzi el: *„Képzeld el, hogy mutatok 6 ujjat te pedig eggyel többet/kevesebbet mutatsz.”*

• Gyakorlatok a tízes mezőben: *„Tegyél le 8 korongot!”* A gyermek már csak fejben gondolja át: *„Képzeld el, hogy hozzáteszel egy korongot! Mennyi korong lesz akkor?” / „Képzeld el, hogy elveszel egy korongot! Mennyi korong lesz akkor?”*

• Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is.

Itt találd a FOLYTATÁST!

• Az üres tízes mezőn már csak fejben dolgozunk: *„Képzeld el, hogy itt van 8 korong. „Mennyi lesz akkor, ha eggyel több/kevesebb van ott?”*

• Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a nyelvi cselekvést számításként lehet lejegyezni: $7 + 1 = 8$ ill. $7 - 1 = 6$

Számképek a mennyiségekkel összefüggésben



Fontos tudnivalók

A számképek jelentését a mennyiségi fogalmakkal összefüggésben kell megérteni.

Ezért szükséges a számképek összekapcsolása az ujj- és mennyiségképekkel, valamint a számok bontásával is itt lehet foglalkozni. A gyermek az ujjával mutatja a 8-as számot. – „*Öt ujjat látok az egyik kezemen, és három ujjat a másikon. Ez összesen nyolc.*”

A buktatók elkerülése

A hasonló számképeket ne egyszerre sajátítsuk el (4 és 7, 6 és 9).

Ha a gyermek összecseréli a hasonló számképeket, akkor először az egyiket kell bevésni, majd egy idő után a másikat.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermekkel nézzünk utána, hogy a környezetében hol láthatóak számok, ill. hol lehet őket alkalmazni.

Ezután a következőn is el lehet gondolkodni: Melyik szám jelöl egy mennyiséget és melyik számot használjuk csak jelképként?

(pl. egy termék ára, telefonszámok)

Számképek a mennyiségekkel összefüggésben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/17

Így járj el!

Eszközök: Számkártyák, piros-kék korongok, ujjképek*, ujjképkártyák, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben

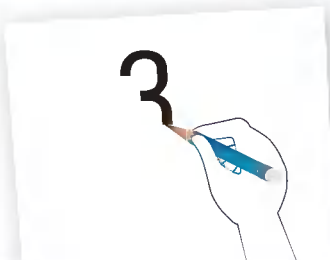
Nyelv: Számnevek 0-10

- Cselekvés:**
- A tanító megnevez egy számkártyát, a gyermek pedig megkeresi a hozzá tartozó ujjképkártyát.
T: „Hány korongot kell ahhoz letenned?” A gyermek leteszi a hozzá tartozó mennyiséget a számkártya alá/mellé.
 - Számkártyák hozzárendelése a mennyiségek különböző ábrázolásához.
 - Különböző mennyiségképek hozzárendelése a számkártyákhoz.
 - A számkártyák gyors megnevezése az ujjképek* mutatóásával összefüggésben.
 - Az ujjképek* rövid felmutatása. Az ahhoz tartozó számkártya megkeresése.

Itt találsz a FOLYTATÁST!



- A számképek írásmódja 10-ES SZK / 18
- Számok bontása az 5-ös ill. 10-es számkörben 10-ES SZK / 20 ill. 10-ES SZK / 21



Fontos tudnivalók

A számképek az arab írásból származnak. Ezt jobbról balra írják. Ezért jellemző, hogy a számképek inkább balra nyitottak. Mivel a latin ábécé betűi általában jobbra nyitottak, néhány gyermeknek úgy tűnhet, hogy a számképek fordítva vannak írva. Ez lehet a tükörírással írt számok egyik oka.

A buktatók elkerülése

Számsablonok elhelyezése az osztályteremben, az asztalon vagy a gyermek tolltartójában. Egy vagy két nyíl mutatja a szám írásának irányát. Főleg az irányváltoztatások jelenthetnek kihívást, mint pl. a 8-as számnál.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Az ismétlődő írás és a sablonnal való összehasonlítás során automatizálódik az írásmód.

Számképek írásmódja

FEJLESZTÉS **10-ES SZK/18**

Így járj el!

Eszközök: különböző tollak, ill. íróeszközök és írólapok

Nyelv: Számok 1-10

Cselekvés: • Egy szám már előre le van írva. A gyermek körberajzolja azt.

- Nagymotorikus írás a táblán, csomagolópapíron vagy a homoktálcában
- Ecsettel, zsírkrétával vagy a fehértáblán való írás
- A sima füzetbe való írás különböző tollakkal és színekkel

FONTOS: Ha a gyermek elsajátította a vonalvezetést, akkor a rövid és gyakoribb ismétléseknek több értelme van, mint ha egy oldalt teleírna az adott számmal.

Változatok: • Tanfolyam a számjegyek írásának megtanulásához

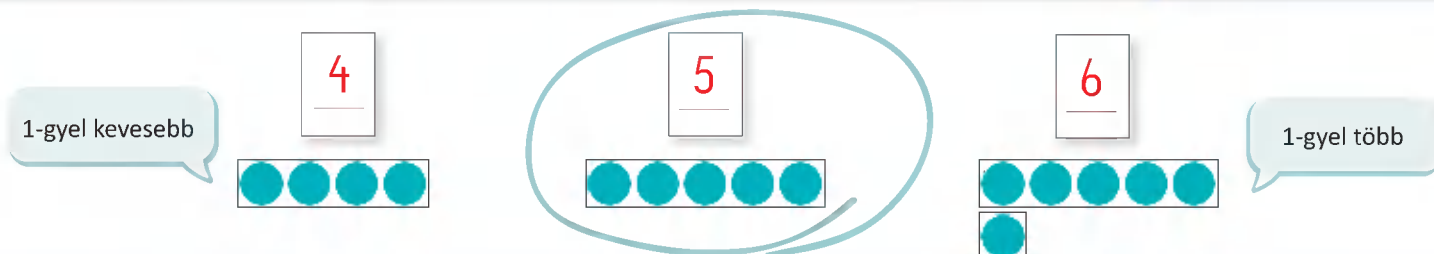
Itt találd a FOLYTATÁST!



- Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb a számoknál [10-ES SZK / 19](#)
- Számok bontása az 5-ös ill. 10-es számkörben [10-ES SZK / 20](#) ill. [10-ES SZK / 21](#)

Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb a számoknál

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/19



Fontos tudnivalók

A számképeket mindig össze kell kapcsolni a mennyiségi fogalmakkal.

A gyermeknek meg kell értenie a mennyiségek megváltozását:

A halmaz eggyel nagyobb lesz, ha hozzáadok egy elemet. A halmaz eggyel kisebb lesz, ha elveszek belőle egy elemet.

A buktatók elkerülése

A mennyiségképek, a számnevek és a számnevek sorrendje már bevésődött.

Először az 5-ös számkörben kell bevésni a számszomszédok megértését, majd ki lehet azt bővíteni a 10-es számkörre is. [10-ES SZK/5](#), [10-ES SZK/13](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A nyelv segítségével fejlesztjük a szomszédos számok közötti kapcsolat megértését:

„5 eggyel több, mint 4”, vagy akár „4 eggyel kevesebb, mint 5.



Szomszédos számok – eggyel több/eggyel kevesebb a számoknál

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/19

Így járj el!

Eszközök: Számkártyák, korongos számolószalag, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, műveletkártyák (+ 1 / - 1), papír és toll

Nyelv: Számnevek 0-10, eggyel több, eggyel kevesebb, a következő szám, az előző szám
___ követi/előzi meg ___, mert ___ eggyel több / kevesebb, mint ___.

Cselekvés: • A tanító kirak egy számkártyát. A gyermek hozzáteszi a megfelelő korongos számolószalagot.

T: „Tedd hozzá azt a korongos számolószalagot, amin egy koronggal több / kevesebb van.”

A gyermek leteszi a korongos számolószalagot és a hozzá tartozó számkártyát.

• A cselekvés kísérése nyelvileg:

„6 követi az 5-öt, mert 6 eggyel több, mint 5.”

„4 előzi meg az 5-öt, mert 4 eggyel kevesebb, mint 5.”

Változat: • A számokat megelőző és követő számok meghatározása a számkártyák és a mennyiségek ábrázolásának segítségével

• Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket: A tanító megmutat egy számkártyát és egy műveletkártyát.

A gyermek megnevezi az ide illő számot és esetleg a számítást is (pl. $8 + 1 = 9$, $8 - 1 = 7$).

• A gyermek leírja a számításokat a füzetbe. 10-ES SZK/28

Itt találd a FOLYTATÁST!

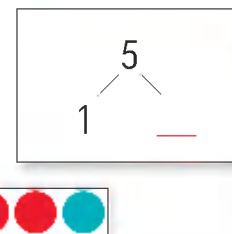
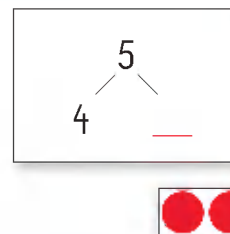
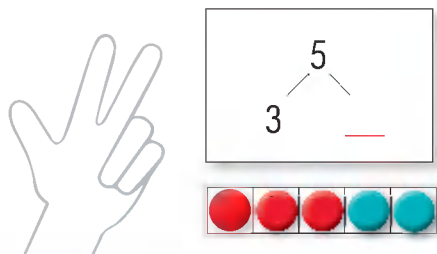


• Számolási stratégiák: + 1 / - 1 10-ES SZK/28

• A számítások lejegyzése: 5 → 5 + 1 / 5 - 1

Számok bontása az 5-ös számkörben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/20

**Fontos tudnivalók**

Mielőtt a gyermek meg tudná oldani a matematikai műveleteket, be kell vésni a számok bontását az 5-ös számkörben.

A buktatók elkerülése

A részmenntiségek spontán módon történő felismerése az 5-ös számkörben már bevéődött – Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése”* az 5-ös számkörben [10-ES SZK/8](#)

A gyermek spontán módon felismeri és megnevezi az ujjképeket* az 5-ös számkörben [10-ES SZK/7](#).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számok bontásait különböző módokon lehet ábrázolni. Ez fejleszti a mennyiségek és számok matematikai megértését.

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által aktiválódik a matematikai megértés:

Lejegyzés számképekkel – piros-kék korongok – ujjképek* (kinyújtott és behajtott ujjak) – ábrázolás az ötös mezőben

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

Számok bontása az 5-ös számkörben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/20

Így járj el!

Eszközök: Számkártyák az 5 bontásához, ujjképek*, ujjképkártyák 5-ig, ötös mező, piros-kék korongok, számok bontása az ötös mezőben korongokkal, üres kártyák másolata az ötös mezőben való ábrázoláshoz, üres kártyák a számok bontásához és egy toll

Nyelv: Számnevek 0–5, bontás, felosztás

Ez összesen _____. Felosztom őket. / Szétbontom őket. Itt van _____, és itt van _____. Még ____ hiányzik, hogy ____ legyen.

- Cselekvés:**
- A gyermek felmutat öt ujjat. Ezután fogja az 5 egyik bontási kártyáját, és pl. 2 ujj behajtásával mutatja a szám bontását. A gyermek megállapítja: „Az 5-öt fel tudom bontani 3-ra és 2-re.”
 - A gyermek az ujjával mutatja az első részmennyiséget és megállapítja, hogy melyik részmennyiség hiányzik (= a behajtott ujjak). „Még ____ hiányzik.”
 - A gyermek fogja az 5 egyik bontási kártyáját és az első részmennyiséget piros korongokkal kiteszi az ötös mezőben. Megállapítja: „Még ____ hiányzik.” Lehetőség: A második részmennyiséget kék korongokkal helyezi el a mezőben.
 - A gyermek berajzolja a számok bontásait az ötös mezőbe (másolat a mennyiségek ábrázolásához).

- Változat:**
- A 3 és a 4 bontásai: Az üres kártyák segítségével a 3 és 4 bontási kártyáit hasonlóan dolgozza fel a gyermek.
 - Az ujjképkártyák és a számok bontási kártyáinak egymáshoz rendelése.
 - Az 5-ös számkör bontásainak egymáshoz rendelése korongos számolószalaggal és a számok bontási kártyáival.
 - Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is.

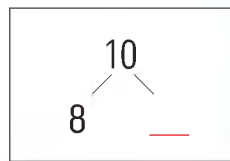
Itt találd a FOLYTATÁST!



- Villámgyakorlat* a számok bontási kártyáival (a második részmennyiség gyors megnevezése)
- A felcseréléses feladatok* megértésének előkészítése ($4 + 1 = 1 + 4$)
- Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a nyelvi cselekvést számításként lehet leírni, pl. $3 + 2 = 5$, $5 - 3 = 2$, $5 = 3 + 2$

Számok bontása a 10-es számkörben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/21



Fontos tudnivalók

Mielőtt a gyermek meg tudná oldani a matematikai műveleteket, be kell vésni a számok bontását a 10-es számkörben. Így a gyermekeket rá lehet vezetni a számlálásról a számlálás nélküli számításra*.

A buktatók elkerülése

A gyermek spontán módon felismeri és megnevezi az ujjképeket* a 10-es számkörben – Ujjképek automatizálása [10-ES SZK / 12](#)

A behajtott ujjak számát is egy pillantással felismeri.

A számok bontása az 5-ös számkörben már bevésődött – Számok bontása az 5-ös számkörben [10-ES SZK / 20](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számok bontásait különböző módokon lehet ábrázolni. Ezáltal lehet a mennyiségek és számok közötti összefüggést, valamint a rész-egész elvet* fejleszteni és elmélyíteni. A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által aktiválódik a matematikai megértés: Lejegyzés számképekkel – piros és kék korongok/korongos számolószalag – ujjképek* (kinyújtott és behajtott ujjak) – ujjképkártyák – mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben – kártyák a számok bontásához

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

Számok bontása a 10-es számkörben

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/21

Így járj el!

Eszközök: Kártyák a 10 bontásaihoz, ujjképek, * ujjképkártyák, tízes mező, piros-kék korongok,

üres kártyák másolata a tízes mezőben való ábrázoláshoz, üres kártyák a számok bontásához és egy toll

Nyelv: Számnevek 0–10, bontás, felosztás / Ez összesen ____. A(z) ____ felosztom. / A(z) ____ felosztom ____ és ____.

Itt van ____ és itt van _____. / Még ____ hiányzik ahhoz, hogy ____ legyen.

- Cselekvés:**
- A gyermek felmutat 10 ujjat. Ezután fogja a 10 egyik bontási kártyáját, és pl. 2 ujj behajtásával mutatja a szám bontását: *A 10-et felbontom 8-ra és 2-re.*
 - A gyermek az ujjaival mutatja az első részmennyiséget és megállapítja, hogy melyik részmennyiség hiányzik (= a behajtott ujjak): *„Még ____ hiányzik.”*
 - A gyermek fogja a 10 egyik bontási kártyáját és az első részmennyiséget piros korongokkal kiteszi a tízes mezőben. Megállapítja: *„Még ____ hiányzik.”* Lehetőség: A második részmennyiséget kék korongokkal helyezi el a mezőben.
 - A gyermek berajzolja a tízes mezőbe a bontásokat. (másolat a mennyiségek ábrázolásához)
 - A számok bontásának elsajátítása 6-9-ig ujjképek*, vagy piros-kék korongokkal való ábrázolás segítségével a tízes mezőben.
 - Az üres kártyák használata a gyakorló szakaszban a számok bontásához.
- Változat:**
- Az ujjképkártyák és a számok bontási kártyáinak egymáshoz rendelése.
 - A mennyiségek ábrázolásának a tízes mezőben és a 10 bontási kártyáinak egymáshoz rendelése.
 - Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is.

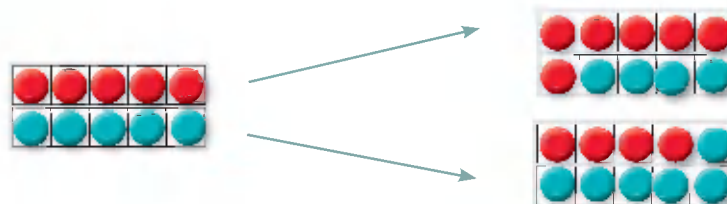
Itt találd a FOLYTATÁST!



- Villámgyakorlat* a számok bontási kártyáival (a második részmennyiség gyors megnevezése)
- A felcseréléses feladatok megértésének előkészítése ($8 + 2 = 2 + 8$)
- Ha a gyermek elsajátította a műveleti jeleket, akkor a nyelvi cselekvést számításként is le lehet jegyezni, pl. $8 + 2 = 10$, $10 - 2 = 8$, $10 = 8 + 2$

Mennyiségek „ellenkező irányú megváltoztatása“

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/22



Fontos tudnivalók

Ha egy részhalmaz egy elemét áttoljuk egy másik részhalmazhoz, akkor az egyik részmennyiség eggyel kisebb a másik pedig eggyel nagyobb lesz. A teljes mennyiség ugyanannyi marad (a mennyiség állandósága* és „rész-egész elv**”).

A buktatók elkerülése

A növekvő és csökkenő sorrendű számsor már bevésődött.

A gyermek a mennyiségeket egy pillantással, „kvázi-szimultán módon**” ismeri fel. [10-ES SZK / 8](#) és [10-ES SZK / 13](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek egy kézzel való bontásból* kiindulva vezet le a többi bontást.

A megértés elmélyítéséhez a részmennyiségeket mind a két irányban megváltoztatjuk: $5 + 3 \rightarrow 6 + 2$ vagy $4 + 4$

Mennyiségek „ellenkező irányú megváltoztatása“

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/22

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, tízes mező, számkártyák

Nyelv: eggyel több, eggyel kevesebb, az első szám, a második szám / Itt még mindig ___ korong van.

Cselekvés: • T: „*Tegyéél 5 piros és 5 kék korongot a tízes mezőbe!*”

A gyermek leteszi a korongokat és leírja, hogy mit lát: „*Itt van 5 piros és 5 kék korong.*”

Ezután a tanító megfordítja az első kék korongot. T: „*Most mit látsz?*” Gy: „*Most 6 piros és 4 kék korong van itt.*”

T: „*Mi a különbség az előző állapothoz képest?*” „*Mi lett több, mi lett kevesebb?*”

Gy: „*Eggyel több piros korong van. Eggyel kevesebb kék korong van.*”

Ezt a cselekvést addig lehet ismételni, amíg már csak piros korongok vannak a tízes mezőben.

• T: „*Tegyéél le 5 piros és 3 kék korongot! Tedd hozzá a megfelelő számkártyát!*”

A tanító megfordítja az első kék korongot. A gyermek megnevezi mind a két mennyiséget és hozzáteszi a számkártyákat.

T: „*Mi változott?*” Gy: „*Eggyel több piros korong van. Eggyel kevesebb kék korong van.*”

T: „*Mi maradt ugyanaz?*” Gy: „*Még mindig 8 korong van.*”

• Azon feladatok megoldása, amelyeknél az első szám kisebb lesz, a második szám pedig nagyobb.

Változat: • Feladatok lerajzolása és/vagy írása a füzetbe „szép csomagokként”*.

• A megváltoztatást a gyermek már csak fejben végzi el.

• A számok bontási kártyáihoz a gyermek piros-kék korongokat helyez a tízes mezőbe

• Oldjuk meg a nullát tartalmazó feladatokat is



Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Összeadások felírása a számok bontásához.

• „Ellenkező irányú megváltoztatás”* a matematikai műveleteknél 10-ES SZK/40

Műveletek megértése: Összeadás – Elsajátítás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/23



Fontos tudnivalók

Az összeadás megértését* alapvetően kiegészítésként/hozzáadásként, összegzésként és összehasonlításként kell értelmezni. A művelet megértését cselekvésekkel és nyelvileg is elő lehet készíteni, mielőtt sor kerülne a számképek és a műveleti jelek elsajátítására. A 10-es számkör felépítésénél már használjuk a „meg” szót a számok kézzel való bontásakor, a mennyiségek és a számok bontásakor.

Így a „meg” szó a köznap nyelvűből a „plusz” szóval együtt már alkalmazható a matematikai szaknyelvben.

A buktatók elkerülése

Fontos megérteni, hogy a részmennyiségek együtt adják a végeredményt: Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése”* 5-ig [10-ES SZK / 8](#) – Ujjképek* automatizálása [10-ES SZK / 12](#) – Tízmező – Mennyiségek egy pillantásra [10-ES SZK / 13](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A műveletek szilárd megértéséhez az elsajátítás után a cselekvések, képek és jelek szintjén történő megértést kell megérteni és automatizálni. Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

A gyermek nyelvileg kíséri a cselekvést (cselekvés szintje és nyelvi szint). A gyermek a képet nyelvileg írja le (képek szintje ill. nyelvi szint).

A gyermek egy számítás cselekvésként ábrázol, vagy rajzol hozzá egy képet (jelek, cselekvés és képek szintje).

Műveletek megértése: Összeadás – Elsajátítás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/23

Így járj el!

Eszközök: Ötös mező/tízes mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, számkártyák, műveleti jelek, ujjképek*

Nyelv: Számnevek 0-10, hozzáadni, plusz/meg, ugyanannyi, összesen, az első szám, a második szám, a számítás, az eredmény ___ adok hozzá. Ez összesen ___.

Cselekvés: Az összeadás megértésének elsajátítása cselekvéssel és nyelviileg – Az eredményt egy pillantással fel kell ismerni.

- Kiegészítés/hozzáadás

T: „Tegyél le 3 korongot, meg tegyél még hozzá 2 korongot.” A gyermek leteszi a korongokat.

A gyermek nyelviileg kíséri a cselekvést: „3 plusz 3.” – „Ez hány korong összesen?” – „Ez összesen ___.”

Hasonló feladatok megoldása ujjképekkel*.

- Összegzés

A tanító előtt van 3 korong, a gyermek előtt pedig 2 korong.

T: „Ez hány korong összesen?” „Meg tudod mondani a számítást?” Gy: „Három plusz kettő az összesen öt.”

- Összehasonlítás

T: „Három korong van előttem. Neked kettővel több van.” A gyermek letesz maga elé három korongot meg még kettőt.

T: Hány darabod van NEKED összesen? Meg tudod mondani a számítást?” Gy: „Három plusz kettő az összesen öt.”

A + ill. = műveleti jelek elsajátítása (a cselekvéssel összefüggésben)

- A tanító lerak egy számítást számkártyák és műveleti jelek segítségével és felolvassa. A gyermek hozzáteszi a megfelelő számú korongot.
- A gyermek kirak egy összeadást korongokkal vagy korongos számolószalaggal.
Ezután hozzáteszi a megfelelő számkártyákat és műveleti jeleket.

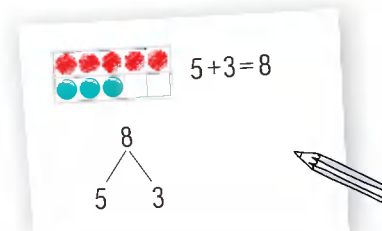
Itt találd a FOLYTATÁST!



• Műveletek megértése: Összeadás – Automatizálás 10-ES SZK/24

Műveletek megértése: Összeadás – Automatizálás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/24

**Fontos tudnivalók**

A 10-es számkör felépítése során már használtuk a „meg” szót a számok kézzel való bontásakor, a mennyiségek és a számok bontásakor. Így a „meg” szó a köznapi nyelvből a „plusz” szóval együtt már alkalmazható a matematikai szaknyelvben. Miután a gyermek elsajátította a számtani alpműveleteket, az összeadást és a kivonást, a két műveletet összefüggésbe kell hozni egymással. (Fordított műveletes ellenőrző feladatok* – Összeadás és kivonás 10-ES SZK / 27)

A buktatók elkerülése

A gyermek az összeadást különböző hétköznapi helyzetekben cselekvésen keresztül tapasztalja meg, és nyelvilag írja le. Egy számítás leírása új és különálló tanulási tartalom a gyermek számára, még akkor is, ha a műveletet helyesen tudja nyelvilag kíséni. A matematikai beszéd- és írásmódokat lassan össze kell kapcsolni egymással.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A műveletek szilárd megértéséhez az elsajátítás után a cselekvések, képek és jelek szintjén történő megértést kell megérteni és automatizálni. Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

A gyermek nyelvilag kíséri a cselekvést (cselekvés szintje és nyelvi szint). A gyermek a képet nyelvilag írja le (képek szintje ill. nyelvi szint).

A gyermek egy számítást cselekvésként ábrázol, vagy rajzol hozzá egy képet (jelek, cselekvés és képek szintje).



Műveletek megértése: Összeadás – Automatizálás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/24

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, tízes mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, számkártyák, műveleti jelek, kártyák a számok bontásához, üres kártyák másolata a tízes mezőben való ábrázoláshoz

Nyelv: Számnevek 0-10, hozzáadni, plusz / meg, ugyanannyi, összesen, az első szám, a második szám, a számítás, az eredmény ___ adok hozzá. Ez összesen ___.

Cselekvés: Az ábrázolási formák összekapcsolása

- A gyermek kirak egy számítást piros-kék korongokkal.
A mennyiséget lerajzolja a füzetbe és leírja alá a számítást.
- A gyermek a korongos számolószalagok segítségével kirak egy számítást a tízes mezőben.
„*Lerakok 5-öt meg 3-at. Ez összesen 8.*”
A tanító letakarja a tízes mezőt.
A gyermek a feladatot fejből átírja egy üres tízes mezőbe és lejegyzí a számítást.

Változatok: • Összeadások ujjképekkel fejből:

„*Képzeld el, hogy 5 ujjat mutatsz! Most pedig adj még hozzá 3 ujjat! Ez hány ujj összesen?*”

- Számítási történetek kitalálása a gyermekkel az összeadás mind a három aspektusához (nyelvi szint).
- Számítási feladatok lerajzolása és elmagyarázása nyelvileg (képi és nyelvi szint).
- Képekhez kitalált számítási feladatok elmesélése és felírása számképek segítségével (képi és nyelvi szint, jelek szintje).
- Összeadások lerakása és leírása a számok bontási kártyáihoz.

Itt találsz a FOLYTATÁST!



- Számolási stratégiák: $+ 1 / - 1$ [10-ES SZK/28](#)
- Számok kézzel való bontása [10-ES SZK / 29](#)

Műveletek megértése: Kivonás – Elsajátítás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/25



Fontos tudnivalók

A kivonás megértését* levonásként/elvételként kell értelmezni. A művelet megértését cselekvésekkel és nyelviileg is elő lehet készíteni, mielőtt sor kerülne a számképek elsajátítására. Fontos kifejleszteni annak a megértését, hogy mindig csak egy **nagyobb mennyiségből** lehet elvenni egy kisebb mennyiséget. A 10-es számkör felépítése során már sor került a „behajtani” szó használatára a számok kézzel való bontásakor. Ezután ennél a matematikai cselekvésnél (ujjak behajtása) az „**elvenni**” szót a köznap nyelvől a „**mínusz**” matematikai szakkifejezéssel tesszük egyenlővé.

A buktatók elkerülése

Fontos annak megértése, hogy a kivonásnál mindig a teljes mennyiség szolgál kiindulási pontként. Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése”* 5-ig [10-ES SZK / 8](#), Ujjképek* automatizálása [10-ES SZK / 12](#), Tíz-es mező – Mennyiségek egy pillantásra [10-ES SZK / 13](#)
A kivonás lejegyzésekor pontos sorrendet kell követni.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A műveletek szilárd megértéséhez az elsajátítás után a cselekvések, képek és jelek szintjén történő megértést kell megérteni és automatizálni. Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként. A gyermek nyelviileg kíséri a cselekvést (cselekvés szintje és nyelvi szint). A gyermek a képet nyelviileg írja le (képek szintje ill. nyelvi szint). A gyermek egy számítás cselekvésként ábrázol, vagy rajzol hozzá egy képet (jelek, cselekvés és képek szintje).



Műveletek megértése: Kivonás – Elsajátítás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/25

Így járj el!

- Eszközök:** Ujjképek*, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, tízes mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, számkártyák, műveleti jelek, fedőszalag
- Nyelv:** Számnevek 0-10, elvenni, letakarni, kevesebb/mínusz, ugyanannyi, az első szám, a második szám, a számítás, az eredmény, marad ___ veszek el. ___ fedek le. ___ marad.
- Cselekvés:** Az kivonás megértésének elsajátítása cselekvéssel és nyelvileg – Az eredményt egy pillantással fel kell ismerni.
- Levonás/elvétel – Pillantás a kiindulási mennyiségre *L: „Tegyéél le 5 korongot. Ezután vegyéél el 2 korongot.”*
A gyermek leteszi a korongokat. Ezután két korongot félretol vagy letakarja őket a fedőszalaggal.
T: „Ez összesen öt. Most pedig kettőt eltolok.” A gyermek nyelvileg kíséri a cselekvést: *„Öt mínusz kettő.”*
T: „Hány korong marad?” Gy: *„___ marad.”*
Hasonló feladatok ujjképekkel*, pl. nyolc ujj van kinyújtva, a gyermek pedig az egyik kéz három ujját **vagy** a másik kéz öt ujját egyszerre hajtja be.
A – ill. = **műveleti jelek elsajátítása** (a cselekvéssel összefüggésben)
 - A tanító lerak egy számítást számkártyák és műveleti jelek segítségével és felolvassa.
A gyermek először a teljes mennyiséget rakja le. Ezután a részmennyiséget félretolja vagy fedőszalaggal letakarja.
Fontos: NE a MEG szót használjuk, hanem **„EZUTÁN eltolok ...”** ill. tudatosítsuk, hogy mindig a teljes mennyiség képzí a kiindulási pontot.
 - A gyermek kirak egy kivonást korongokkal vagy korongos számolószalaggal. A korongok eltolásával vagy a fedőszalaggal szemlélteti a kivonást. Ezután hozzáteszi a megfelelő számkártyákat és műveleti jeleket.

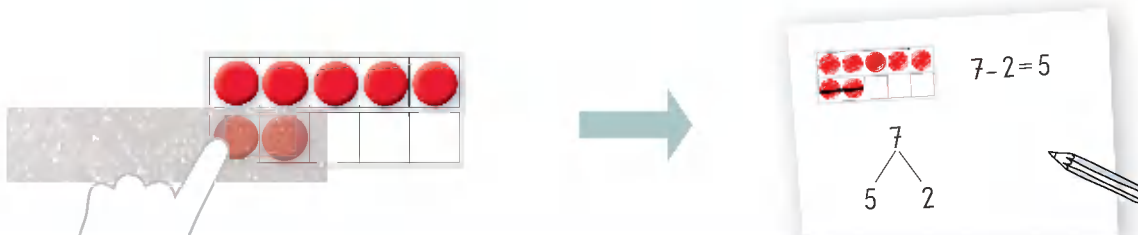
Itt találd a FOLYTATÁST!



• Műveletek megértése: Kivonás – Automatizálás 10-ES SZK/26

Műveletek megértése: Kivonás – Automatizálás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/26



Fontos tudnivalók

A 10-es számkör felépítése során már sor került a „behajtani” szó használatára a számok kézzel való bontásakor*. Ezután ennél a matematikai cselekvésnél (ujjak behajtása) az „elvenni” szót a köznapi nyelvből a „mínusz” matematikai szakkifejezéssel tesszük egyenlővé. Miután a gyermek elsajátította a számtani alpműveleteket, az összeadást és a kivonást, a két műveletet összefüggésbe kell hozni egymással. (Fordított műveletes ellenőrző feladatok* – Összeadás és kivonás [10-ES SZK / 27](#))

A buktatók elkerülése

A gyermek a kivonást különböző helyzetekben cselekvésen keresztül tapasztalja meg, és nyelviileg írja le.

Fontos annak megértése, hogy a kivonásnál mindig a teljes mennyiség szolgál kiindulási pontként.

Mennyiségek „kvázi-szimultán felismerése”* 5-ig [10-ES SZK / 8](#), Ujjképek* automatizálása [10-ES SZK / 12](#), Tíz-es mező – Mennyiségek egy pillantásra [10-ES SZK / 13](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A műveletek szilárd megértéséhez az elsajátítás után a cselekvések, képek és jelek szintjén történő megértést kell megérteni és automatizálni. Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

A gyermek nyelviileg kíséri a cselekvést (cselekvés szintje és nyelvi szint). A gyermek a képet nyelviileg írja le (képek szintje ill. nyelvi szint).

A gyermek egy számítást cselekvésként ábrázol, vagy rajzol hozzá egy képet (jelek, cselekvés és képek szintje).



Műveletek megértése: Kivonás – Automatizálás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/26

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, tízes mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, számkártyák, műveleti jelek, kártyák a számok bontásához, fedőszalag

Nyelv: Számnevek 0-10, elvenni, letakarni, kevesebb/mínusz, ugyanannyi, az első/a második szám, a számítás, az eredmény, marad ___ veszek el. ___ fedek le. ___ marad.

Cselekvés: Az ábrázolási formák összekapcsolása

- A gyermek korongokkal kirak egy számítást. A mennyiséget lerajzolja a füzetbe. Egy fedőszalaggal letakarja az egyik részmennyiséget vagy félretolja azt. A füzetben ezt a részmennyiséget egy vonallal húzza át. A gyermek hozzáírja a számítást (ld. kép).
- A gyermek a korongos számolószalagok segítségével kirak egy mennyiséget a tízes mezőben. Egy fedőszalaggal letakarja az egyik részmennyiséget és megnevezi a számítást. A tanító letakarja a tízes mezőt. A gyermek a feladatot fejből átírja egy üres tízes mezőbe és lejegyzí a számítást.

Változatok: • Kivonások ujjképekkel* **fejben:**

„Képzeld el, hogy 8 ujjat mutatsz! Ezután hajts be 3 ujjat! Hány ujj marad?”

- Számítási feladatok kitalálása a gyermekkel (nyelvi szint).
- Számítási feladatok lerajzolása és elmagyarázása nyelvileg (képi és nyelvi szint).
- Képekhez kitalált számítási feladatok elmesélése és felírása számképek segítségével (képi és nyelvi szint, jelek szintje).
- Kivonások lerakása és felírása a számok bontási kártyáihoz.

Itt találd a FOLYTATÁST!



- Számolási stratégiák: $+ 1/ - 1$ 10-ES SZK/28
- Számok kézzel való bontása 10-ES SZK/29



Fontos tudnivalók

A cselekvés és a nyelv segítségével meg kell ragadni az összeadás és a kivonás összefüggéseit.

„Nyolc ujjat mutatok. Öt meg három ujjat látok. Ha a nyolc ujjból hármat behajtok, akkor öt ujj marad egy kézen.”

A buktatók elkerülése

A műveletek biztos megértése szükséges a kapcsolat megértéséhez.

Az összeadás és kivonás műveletek közötti összefüggést pl. így lehet elsajátítani: „Először ___ adok hozzá. Ezután pedig ugyanannyit kivonok belőle.”

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A két művelet közötti összefüggések belátásán újra és újra dolgozni kell ahhoz, hogy ezt a megértést nagyobb számkörökben is biztosan lehessen alkalmazni.

A szilárd kapcsolati megértés kialakításához az elsajátítás után a különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* révén kell biztosítani és automatizálni a megértést (cselekvés, kép és jelek szintjén, nyelvi támogatással).

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek, ujjképkártyák, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, korongos számolószalag, számkártyák, műveleti jelek

Eszközök Számnevek 0–10, hozzáadni/elvenni, plusz/meg, mínusz/kevesebb, ugyanannyi, összesen, az első/második szám, a számítás, az eredmény / ___ adok hozzá. ___ veszek el. Ez összesen ___. ___ marad.

Fogalomalkotás: Fordított műveletes ellenőrző feladatok*: 5 korong van nálam és hozzáteszek 2 korongot. Ezután fordítva járok el. 7 korong van nálam és elveszek belőle 2 korongot.

Először ___ adok hozzá, majd ugyanannyit elveszek belőle. Az előbb ___ adtam hozzá, utána ___ vettem el.

Cselekvés: • *T: „Mutass fel 5 ujjat meg 3 ujjat! „Hogyan hangzik a számítás?” ill. „Fel tudsz írni egy számítást vagy ki tudod rakni számkártyákkal?”*

T: „Tudsz ebből a három számból egy kivonást is alkotni?”

Segíthet az ujjkép a részmenntiségeivel („az 5-ös ereje”*)

Fontos megérteni: A kivonásnál a teljes mennyiségből kell kiindulni.

• Mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben vagy ujjképkártyákkal. A gyermek leírja pl. a 9 mennyiségképet vagy ujjképet és leírja ezt a számítást ($5 + 4 = 9$ vagy $4 + 5 = 9$). A fedőszalaggal letakar egy részmenntiséget. A gyermek megnevezi és leírja a kivonást ($9 - 4 = 5$ vagy $9 - 5 = 4$).

• A gyermek megkapja a három számkártyát: 5, 1, 6, és a tanító megkéri, hogy írja le egy számítás négy lehetőségét ezekkel a számokkal: $5 + 1 = 6$, $1 + 5 = 6$, $6 - 1 = 5$, $6 - 5 = 1$ (támogatás ujjképekkel*, korongos számolószalag)

T: „Ki tudsz rakni/Fel tudsz írni ezekkel a számkártyákkal egy + számítást / egy – számítást az eredménnyel együtt?”

T: „Ki tudsz rakni/Fel tudsz írni ezekkel a számkártyákkal egy másik + számítást / – számítást?”

Változatok: • A gyermek maga keres három számot, amikkel ugyanígy/hasonlóan számításokat lehet alkotni: pl. 4, 1, 5 vagy 7, 9, 2 ...

• A tanító megnevez egy számítást. A gyermek már csak fejben hajtja végre a műveletet, és megnevezi a fordított műveletes ellenőrző feladatot.

Itt találd a FOLYTATÁST!



- A számolási stratégiák alkalmazásakor a fordított műveletes ellenőrző feladatokat is meg kell oldani.
- Számolási stratégiák alkalmazása [10-ES SZK/41](#)

Számolási stratégiák: + 1 / - 1 (eggyel több/eggyel kevesebb)

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/28

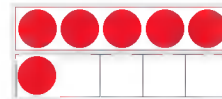
Egyel kevesebb az 4.
 $5 - 1 = 4$



Öt



Egyel több az 6.
 $5 + 1 = 6$



Fontos tudnivalók

Ez a számolási stratégia az egyel több/eggyel kevesebb megértésére épít.

Először is, az eredmény meghatározása előtt rögzíteni kell a két feladat közötti kapcsolatot.

A buktatók elkerülése

Szomszédos számok – egyel több/eggyel kevesebb [10-ES SZK / 16](#) és [10-ES SZK / 19](#)

A gyermek az alapvető műveletek megértését és a „plusz/mínusz” és „egyenlő” műveleti jeleket cselekvéssel és nyelvileg sajátítja al.

[10-ES SZK / 23](#)-tól [10-ES SZK / 26](#)-ig

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A matematikai szemléletet a gyermek azáltal erősíti, hogy sok számítás között egy bizonyos számítási stratégiával rendelkező számításokat

keres. pl. „Keress meg minden + 1-es vagy - 1-es számítást! Írd le és számítsd ki ezeket!”

Számolási stratégiák: $+1 / -1$ (eggyel több/eggyel kevesebb)

Így járj el!

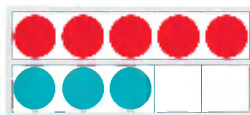
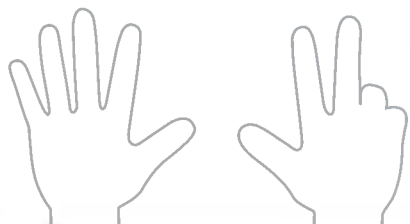
- Eszközök:** Ujjképek*, ujjképkártyák, korongos számolószalag, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, fedőszalag, piros-kék korongok, műveletkártyák, az egy-meg-egy táblázat és az egy-mínusz-egy táblázat világoszöld számítási kártyái ($2 + 1$, $3 + 1$, ... ill. $3 - 1$, $4 - 1$, ...)
- Nyelv:** egydel több/kevesebb, plusz/mínusz
Ez összesen ____ · ____ marad.
Fogalommagyarázat: $+1 / -1$ feladatok: Egy jön hozzá. Vagy: Egyet veszek el.
- Cselekvés:**
- A gyermek mutat egy ujjképet*. Ezután hozzáad egy ujjat vagy behajtja egy ujját és megnevezi a számítást.
 - A tanító megad egy számítást, pl. $7 + 1 / 7 - 1$.
A gyermek a megfelelő korongos számolószalaggal kirakja a mennyiséget a tízes mezőben, hozzáad egy korongot vagy letakar egy korongot, és lejegyezi a számítást.
 - A gyermek húz egy mennyiségi ábrázolást, megnevezi a mennyiséget, majd fejben hozzáad vagy elvesz belőle egyet, pl.
A gyermek kihúzza a 6 mennyiségképet és az mondja:
„6 meg 1 az 7.” ill. „6 mínusz 1 az 5.”
- Változatok:**
- Sok számítás közül a gyermek megkeresi és leírja az összes $+1$ -es és -1 -es számítást.
 - A gyermek az ujjával mutatja a számot. A tanító felmutat egy $+1$ -es vagy -1 -es kártyát. A gyermek megnevezi a számítást.
 - A gyermek húz egy számot és megfogalmaz egy ahhoz illő számítást $+1$ -gyel és -1 -gyel.
 - A gyermek a $+1$ -es / -1 -es számításokat fejből írja le.
 - „Szép csomagok”* folytatása ill. megkeresése: $2 + 1$, $3 + 1$, $4 + 1$.
„Keresd meg a következő számítást!” „Hogyan folytatódhat a csomag?”

Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok* a $+1$ -es feladatoknál 10-ES SZK/31

Számolási stratégia: Számok kézzel való bontása („az 5-ös ereje”) fordított műveletes ellenőrző feladatokkal



$5 + 3 = 8$ és
 $8 - 3 = 5$



Fontos tudnivalók

A számok kézzel való bontása* egy fontos számolási stratégia a számlálással történő számítás elkerüléséhez. Ezeket a gyermekek általában „könnyű feladatoknak” tartják, amiket később más feladatoknál segítségül hívnak.

A buktatók elkerülése

Az ujjképek* automatizálódtak. [10-ES SZK/12](#)

A gyermek az alapvető műveletek megértését és a „plusz/mínusz” és „egyenlő” műveleti jeleket cselekvéssel és nyelviileg sajátítja al.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Feladatok megoldása fejben:

„Képzeld el, hogy öt ujjat mutatok neked és három ujjat a másik kezemen! Nevezd meg a számítást! Mennyi az összesen?”

„Képzeld el, hogy hét ujjat mutatok neked és az egyik kezemen behajtom öt ujjamat! Nevezd meg a számítást! Mennyi marad?”



Számolási stratégia: Számok kézzel való bontása („az 5-ös ereje”) fordított műveletes ellenőrző feladatokkal

FEJLESZTÉS **10-ES SZK/29**

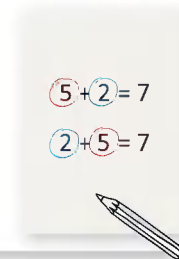
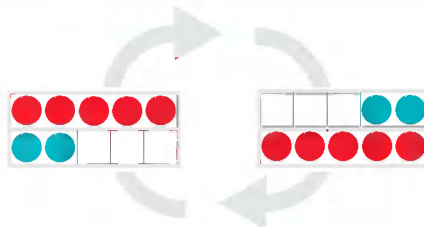
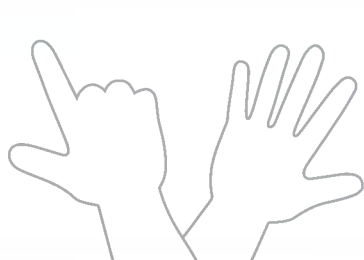
Így járj el!

- Eszközök:** Ujjképek*, tízes mező, korongos számolószalag, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben (6-10), az egy-meg-egy táblázat és az egy-mínusz-egy táblázat sárga számítási kártyái ($5 + _$ ill. $_ + 5$ és $_ - 5$), fedőszalag, műveletkártyák: $+ 5 / - 5$
- Nyelv:** plusz/mínusz, hozzáadni, elvenni, Az összesen $_$. $_$ marad.
Fogalomalkotás: A számok kézzel való bontása*, „Az 5-ös ereje“*: A feladatot azonnal látom a kezeimen!
- Cselekvés:**
- *T: „Mutass fel öt ujjadat, a másik kezeden meg három ujjat! – Nevezd meg az összeadást!”*
T: „Meg tudod nevezni a kivonást is?” Lehetséges válaszok: „ $5 + 3, 3 + 5, 8 - 5, 8 - 3$ ”
 - A tanító a kis ujjképet mutatja (1, 2, 3 vagy 4). A gyermek hozzágondolja az öt ujjat a másik kézhez és megnevezi a számítást, pl. $5 + 2 = 7$.
 - A tanító felmutat egy számítási kártyát (pl. az $5 + 4$ összeadást vagy a $7 - 5$ kivonást). A gyermek az ujjain megmutatja a hozzá tartozó cselekvést.
 - Egy bizonyos számítást korongos számolószalaggal kirakunk a tízes mezőben. „*Lerakok 5 korongot az első sorba meg 1 korongot a második sorba.*” (vagy fordítva) „*Ez összesen 6 korong, mert 5 meg 1 az 6.*”
Végül két kivonást is lehet keresni. (A fedőszalaggal lehet szemléltetni a kivonásokat.)
- Változatok:**
- A tanító ujjképeket mutat a mennyiségek ábrázolásához (6, 7, 8, 9, 10) a tízes mezőben. A gyermek megnevezi vagy leírja az összeadásokat és kivonásokat. Vagy a számítási kártyákat hozzárendeli a mennyiségek ábrázolásához.
 - Sok számítás közül a gyermek megkeresi és leírja az összes $+ 5$ -ös és $- 5$ -ös számítást.
 - A gyermek saját maga keres $+ 5$ -ös és $- 5$ -ös számítást
 - A gyermek az egyik kézzel az alábbiakat mutatja: 1, 2, 3, 4 vagy 5. A tanító felmutatja a $+ 5$ műveletkártyát. A gyermek megnevezi a számítást, valamint az eredményt. Vagy a gyermek az alábbiakat mutatja: 6, 7, 8, 9 vagy 10. A tanító felmutatja a $- 5$ műveletkártyát. A gyermek megnevezi a számítást, valamint az eredményt.

Itt találd a FOLYTATÁST!



- Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok* a számok kézzel való bontásakor* 10-ES SZK / 30
- $5 + 2 = 7$ „*Hány ujj/korong hiányzik még ahhoz, hogy 10 legyen?*” (pillantás mind a 10 ujra)



Fontos tudnivalók

A felcseréléses feladatok egy fontos számolási stratégia a számlálással történő számítás elkerüléséhez. Mivel egy korongot sem adunk hozzá vagy veszünk el belőle semmit, akkor a mennyiség változatlan marad. (Tőszám*)

Az összeadásnál fel lehet cserélni a részmennyiségeket, az eredmény ugyanannyi marad. ($5 + 2 = 2 + 5$).

(= a felcserélhetőség törvénye/kommutatív szabály)

A buktatók elkerülése

Felcseréléses feladatok csak összeadáskor vannak. A gyermek egy pillantással felismeri a részmennyiségeket. Ha a gyermekek a kivonásnál felcseréléses feladatokat alkalmaznak ($7 - 2 \rightarrow 2 - 7$), fontos, hogy megint dolgozzunk a kivonás megértésén*. [10-ES SZK / 25](#) és [10-ES SZK / 26](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A matematikai szemléletet azáltal lehet erősíteni, hogy megkeressük a számításokat és a hozzájuk tartozó felcseréléses feladatokat:

$5 + 2$ ill. $2 + 5$

Az eredmény nincs a kezdettől fogva az előtérben.



Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok a számok kézzel való bontásakor („az 5-ös ereje“)

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, tízes mező, korongos számolószalag, az egy-meg-egy táblázat sárga számítási kártyái

Nyelv: plusz, összesen, cserélni / Ez összesen ____ . A mennyiség / Az eredmény ugyanannyi marad. Semmit nem adok hozzá. Semmit nem veszek el. A két szám helyet cserél.

Fogalomalkotás: Felcseréléses feladat*: A két szám helyet cserél.

Fogalommagyarázat: „Cserélni“ – helycsere (a tanító helyet cserél a gyermekkel), a tízes mezőben a „fent” és „lent” megcserélése (piros helyet cserél a kékkel)

Cselekvés: • A 6, 7, 8 vagy 9 mutatása az ujjakon és egy összeadás megfogalmazása. ($5 + 2 = 7$)

Ezután a tanító keresztbe teszi a kezeit. *T: „Most hogyan hangzik a számítás?”* ($2 + 5 = 7$)

A gyermek mind a két számítást lejegyzi. *T: „Mi ugyanaz? Mi változott?”*

• A tanító felmutat egy kézzel való bontást (pl. az $5 + 3$ -at).

A gyermek megnevezi a számítást és a hozzá tartozó felcseréléses feladatot fejből.

Fontos: *T: „Melyik feladatot tartod könnyűnek?” ill. „Miért tartod ezeket a feladatokat egyszerűnek?”*

• A korongos számolószalag használata a tízes mezőben. A gyermek leteszi az $5 + 2 = 7$ számítást.

Ezután megkerüli az asztalt. A gyermek ezután megnevezi a felcseréléses feladatot: $2 + 5 = 7$

• Melyik számítást tartod könnyebbnek? $2 + 5$ vagy $5 + 2$? *Gy: „Ha a $2 + 5$ feladatot látom, akkor arra gondolok, hogy $5 + 2$.*

A mennyiség ugyanannyi marad, még ha a másik oldalról is nézem.”

Változatok: • A számok kézzel való bontásainak* minden felcseréléses feladata* a 10-es számkörben

• Számítási kártyák: „Az 5-ös ereje”* valamennyi feladatának és azok felcseréléses feladatainak* kikeresése, párosítása és leírása.

Itt találd a FOLYTATÁST!



• Felcseréléses feladatok* a + 1-es feladatoknál 10-ES SZK/31

Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok a +1-es feladatoknál

Megkerülöm az asztalt,
és akkor azt látom, hogy ...

$5 + 1 = 6$

$1 + 5 = 6$

Fontos tudnivalók

A felcseréléses feladatok egy fontos számolási stratégia a számlálással történő számítás elkerüléséhez. Mivel egy korongot sem adunk hozzá vagy veszünk el belőle semmit, akkor a mennyiség változatlan marad (Tőszám*).

Az összeadásnál fel lehet cserélni a részmennyiségeket, az eredmény ugyanannyi marad. ($5 + 1 = 1 + 5$)

(= a felcserélhetőség törvénye / kommutatív szabály).

A kék-piros korongok lehetővé teszik, hogy a gyermek cselekvésen keresztül lássa ezt a matematikai szabályt.

A buktatók elkerülése

A növekvő sorrendű számsor automatizálva van. [10-ES SZK/15](#)

Az ujjképek* automatizálódtak. A gyermek gyorsan megnevezi a megmutatott ujjkép + 1-et. [10-ES SZK/16](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A matematikai szemléletet azáltal lehet erősíteni, hogy megkeressük a számításokat és a hozzájuk tartozó felcseréléses feladatokat: $5 + 1$ ill. $1 + 5$.

„Az $1 + 5$ feladatnál arra gondolok, hogy $5 + 1$! Az 6.”



Számolási stratégia: Felcseréléses feladatok a +1-es feladatoknál

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/31

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, tízes mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, az egy-meg-egy táblázat világoszöld számítási kártyái

Nyelv: eggyel több, hozzáadni, a számítás, az eredmény, plusz, összesen, cserélni

Ez összesen ____ . A mennyiség / Az eredmény ugyanannyi marad.

Semmit nem adok hozzá. Semmit nem veszek el. A két szám helyet cserél.

Fogalomalkotás: Felcseréléses feladat*: A két szám helyet cserél.

Fogalommagyarázat: „Cserélni” – helycsere (a tanító helyet cserél a gyermekkel),

a tízes mezőben a „fent” és „lent” megcserélése (piros helyet cserél a kékkel)

Cselekvés: • A gyermek a korongok vagy korongos számolószalag segítségével kirak 6-ot a tízes mezőben.

T: „Most pedig tegyél hozzá egy korongot!” T: „Meg tudod mondani az ehhez tartozó számítást?” Gy: „6 + 1 = 7”

A tízes mezőt a gyermek szeme láttára megfordítjuk vagy a gyermek átmege az asztal másik oldalára (perspektíva-váltás).

T: „Most hogyan hangzik a számítás? Mi az eredmény? Változott valamiben az eredmény?

Melyik számítást tartod könnyebbnek?”

• A tanító felír egy számítást + 1-gyel.

A gyermek lejegyz a hozzá tartozó felcseréléses feladatot és kiszámítja mind a két feladatot.

• A tanító megnevez egy $1 + \underline{\quad}$ feladatot. A gyermek lejegyz ezeket és a hozzá tartozó felcseréléses feladatot és kiszámítja mind a kettőt.

• A tanító megnevez egy $1 + \underline{\quad}$ feladatot. A gyermek azt mondja: „Az $1 + 6$ feladatonál arra gondolok, hogy $6 + 1$! Az 7 .”

Változatok: • A gyermek kikeresi a számítási kártyák közül + 1-es számításokat és az ahhoz tartozó felcseréléses feladatokat.

• A gyermek + 1-es feladatokat helyez a tízes mezőbe, lejegyz a feladatot és annak a felcseréléses feladatát.

• A gyermek saját maga keres + 1-es számításokat és azok felcseréléses feladatait.

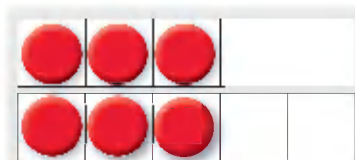


Itt talárod a FOLYTATÁST!



- További felcseréléses feladatok pl. $2 + 7 =$
- Számolási stratégiák alkalmazása 10-ES SZK/41

Számolási stratégia: Duplázás



A 3 duplája a 6.

Fontos tudnivalók

A duplázást konkrét tevékenységként kell felismerni és értelmezni, azaz ugyanannyi korongot kell újra elhelyezni.

A duplázást cselekvésekkel és nyelvileg is elő lehet készíteni, mielőtt sor kerülne a számképek és a műveleti jelek elsajátítására.

A duplázást a számok közötti kapcsolatként kell értelmezni: A 3 duplája a 6. Vagy: A 6 a 3 duplája.

A buktatók elkerülése

Az ujjképek* és a mennyiségképek a tízes mezőben már bevésődtek. [10-ES SZK / 12](#) és [10-ES SZK / 13](#)

A könnyű duplázási feladatokat kell először megoldani. (1 + 1, 2 + 2, 5 + 5)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A 4 + 4 ill. 3 + 3 duplázási feladatok lehetséges elsajátítása: *T: „Helyezz el 8 korongot a tízes mezőben!”* – A gyermek letesz 5 korongot az első sorba és 3 korongot a második sorba. *T: „Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy ugyanannyi korong legyen mind a két sorban?”* – A gyermek áttol egy korongot az alsó sorba. Ha a gyermek nem tudja megoldani a feladatot, akkor a tanító végzi el a cselekvést, a gyermek pedig leírja azt. Ez alkalmazható a 6 esetében is. Az 5 + 1-ből két korong áthelyezésével 3 + 3 feladat lesz. Másik lehetőség a 4 duplázásához az ujjképek segítségével: Mutass 5-öt meg 5-öt! Ezután az egyik kezeden hajtsd be egy ujjadat! Hány ujjad van most kinyújtva? Ezután a másik kezeden hajtsd be egy ujjadat! Hány ujjad van most kinyújtva?

T: „Tudsz keresni egy összeadást?”

Számolási stratégia: Duplázás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/32

Így járj el!

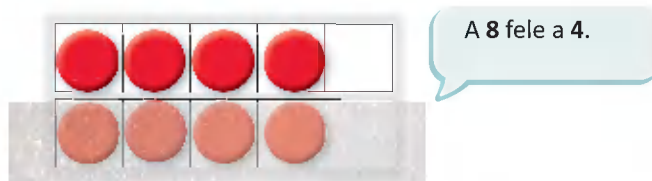
- Eszközök:** Tízés mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, az egy-meg-egy táblázat piros számítási kártyái (1 + 1, 2 + 2, 3 + 3, 4 + 4, 5 + 5), Mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben (Duplázás)
- Nyelv:** a duplája, duplázás, ugyanannyi, plusz, összesen, az egész összesen, ___ a(z) ___ duplája. Fent ___ korong van, és lent is ___ korong van. A felső sorban ___ korong van, az alsó sorban pedig ___ korong.
Fogalommagyarázat: Duplázás: Ugyanaz a szám kétszer van ott. / Ugyanaz a szám kétszer fordul elő. Vagy: Mind a két szám egyforma. (a szorzás fogalmának előkészítése)
- Cselekvés:**
- A mennyiségek elhelyezése duplán a tízes mezőben – T: „*Tegyé! a felső sorba két korongot és az alsó sorba ugyanannyi korongot!*” T: „*Mi tűnik fel?*” – Gy: „*Mind a két sorban ugyanannyi korong van.*” T: „*Helyes, erre azt mondjuk: A számot megdupláztuk.*” T: „*Ez hány korong összesen? – A 2 duplája a 4.*”
 - Számítási kártyák duplázási feladatokkal
A tanító megmutat egy duplázási feladatot a gyermeknek, pl. 3 + 3. A gyermek leteszi a korongokat és leírja a cselekvését: „*___ korongot teszek a felső sorba. Az alsó sorba is ___ korongot teszek.*” T: „*Mi tűnik fel?*” – Gy: „*Mind a két sorban ugyanannyi van.*” T: „*Ez hány korong összesen?*”
 - Számítási kártyák hozzárendelése a mennyiségek ábrázolásának a tízes mezőben (párok keresése) és a teljes mennyiség meghatározása.
 - A gyermek a duplázási feladatot már csak fejben helyezi el a tízes mezőben.
A gyermek elképzeli, majd azt mondja: „*A felső sorban ___ van, az alsó sorban pedig ___ . Ez összesen ___ .*”
- Változatok:**
- Egy bizonyos mennyiségű, páros számú korong (legfeljebb 10) van rendezetlenül a gyermek előtt.
„*Helyezd el ezeket a korongokat a tízes mezőben úgy, hogy a felső és alsó sorban ugyanannyi korong legyen.*”
 - Villámgyakorlat a mennyiségek ábrázolásával a tízes mezőben. A gyermek megnevezi a számítást, valamint az eredményt.

Itt találd a FOLYTATÁST!



- Számolási stratégia: Duplázás + 1 / – 1 [10-ES SZK / 34](#)
- Számolási stratégia: Felezés [10-ES SZK / 33](#)

Számolási stratégia: Felezés

**Fontos tudnivalók**

Hétköznapi cselekvések felhasználása fogalmak alkotására: egy papírdarab vagy zsinór két egyenlő darabra osztása/felezése.

Egy bizonyos mennyiséget két személy között úgy osztunk el, hogy mindkettőjüknek ugyanannyi jut.

A felezés konkrét tevékenységként, azaz két egyenlő rész kialakításaként kell felismerni és értelmezni.

A felezést a számok közötti kapcsolatként kell értelmezni: A 6 fele a 3. Vagy: A 3 a 6 fele.

A birtokos jel utal arra, hogy az egész mennyiség szolgál alapul. Ezt a nyelvi részletet el kell sajátítani.

A buktatók elkerülése

Az ujjképek* [10-ES SZK / 12](#) és a mennyiségképek a tízes mezőben [10-ES SZK / 13](#) már bevésődtek. Először a könnyű felezési feladatokat oldjuk meg (10, 2, 4 fele). A duplázási feladatokkal kapcsolatos ismereteket használjuk a mennyiségek felezésére. Egyszerű geometriai hajtogatási feladatok fejlesztik a fogalomalkotást (pl. egy fél szív kivágása összehajtogatott papírból majd annak széthajtása).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A felezés azt jelenti, hogy a teljes mennyiségből két azonos méretű részhalmazt képezünk. Ha a két részmennyiség ismert, akkor a meg lehet fogalmazni a kivonást ($10 - 5 = 5$). A hálózatos gondolkodás aktiválása azáltal, hogy a felezést a duplázás fordított műveletes ellenőrző feladatként* értelmezzük. Ezt először a cselekvés szintjén kell elsajátítani ($4 + 4 = 8 \rightarrow 8 - 4 = 4$).



Számolási stratégia: Felezés

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/33

Így járj el!

Eszközök: Tíz-es mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, az egy-mínusz-egy táblázat piros számítási kártyái (2 – 1, 4 – 2, 6 – 3, 8 – 4, 10 – 5), mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben (duplázás), fedőszalag

Nyelv: a fele, felezés, ugyanannyi, mínusz, elvenni

Az egyik fél megmarad. ___ a ___ fele. A felső sorban ___ korong van, az alsó sorban pedig ___ korong.

Fogalommagyarázat: Felezés: Úgy osztom fel két személy között, hogy mindenkinek ugyanannyi jusson.

Cselekvés: • T: „Helyezd el ezeket a korongokat a tízes meződben úgy, hogy mind a két sorban ugyanannyi korong legyen!”

T: „Takard le az egyik sort egy fedőszalaggal! Keresd meg a hozzá tartozó számítást!” (pl. $8 - 4 = 4$)

„Ez összesen ____. A felső sorban ____ van, az alsó sorban ____ . ____ fele ____.”

- Duplázások a tízes mezőben: A gyermek letakar egy sort és megfogalmaz egy számítást.
- A tanító lerak egy felezési feladat számítási kártyáját. A gyermek megkeresi a hozzá tartozó tízes mezőt. A fedőszalag segítségével láthatóvá válik a számítás és a gyermek megállapítja az eredményt.

Fontos: Pillantás a teljes mennyiségre!

Változatok: • Villámgyakorlat a tízes mező ábrázolásaival

A gyermek megnevezi a számítást, valamint az eredményt.

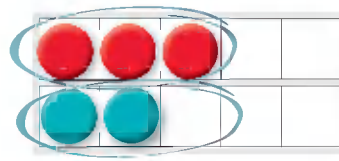
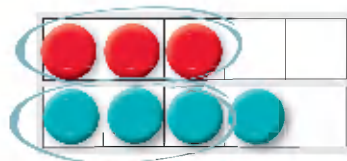
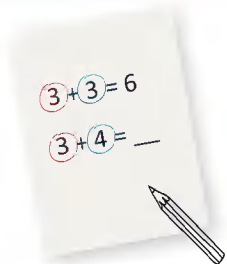
- A duplázás és a felezés közötti összefüggéseket tudatosan a cselekvésben és a nyelvben kapcsoljuk össze.
 $4 + 4 = 8 \rightarrow 8 - 4 = 4$ Szemléltetés az üres tízes mezőben ill. a tízes mezőben való duplázások kirakásával
- A számkártyákat a felezhető és a nem felezhető számok szerint válogatjuk szét (esetleg a páros és páratlan számok fogalmának bevezetése).

Itt találd a FOLYTATÁST!



• Tízestlépés – Felezés 20-AS SZK/28

Számolási stratégia: Duplázás +1 / -1



Fontos tudnivalók

A gyermeknek meg kell értenie, hogy ha az egyik részmennyiség eggyel több vagy kevesebb lesz, akkor az eredmény is eggyel változik meg. A gyermek cselekvéssel teszi láthatóvá a **ha-akkor-kapcsolatot** : Ha az egyik részmennyiség megváltozik, akkor akkor az eredmény is megváltozik. Minden duplázási feladatnak van két számszomszédos feladata* + 1-gyel és kettő – 1-gyel.
 $3 + 3 \rightarrow 3 + 4, 4 + 3$ és $3 + 2, 2 + 3$

A buktatók elkerülése

A duplázások [10-ES SZK/32](#) és az „eggyel több” ill. „eggyel kevesebb” fogalmak már bevésődtek [10-ES SZK/16](#), [10-ES SZK/19](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A duplázási feladatot és a szomszédos feladatot* összehasonlítjuk egymással és jellemezzük őket:

$3 + 3 = 6$ „*Rakd ki az alábbi számítást: $3 + 3!$ Mit kell tenned annak érdekében, hogy a $3 + 4/4 + 3$ számítás legyen itt?*” A gyermek hozzátesz egy korongot.

$3 + 4 = 7$ A számítás megváltoztatását általában gyorsabban megértik a gyerekek. Azt, hogy ezáltal az eredmény is megváltozik, legtöbbször vagy $4 + 3 = 7$ a cselekvés alapján pontosan meg kell beszélni. (segítenek a színek, ld. kép) Ügyeljünk arra, hogy mind az első, mind a második szám megváltoztatható eggyel.



Számolási stratégia: Duplázás +1 / -1

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/34

Így járj el!

- Eszközök:** Tízes mező, piros-kék korongok, korongos számolószalag, az egy-meg-egy táblázat piros számítási kártyái (1 + 1, 2 + 2, 3 + 3, 4 + 4, 5 + 5), fedőszalag, mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben (duplázás és duplázás+1/-1 (1 + 2, 2 + 3, 3 + 4, 4 + 5, 2 + 1, 3 + 2, 4 + 3, 5 + 4)) az első szám, a második szám, az eredmény, eggyel több/kevesebb.
- Nyelv:** Az első szám ugyanannyi. A második szám eggyel több/kevesebb. Az eredmény eggyel több/kevesebb.
Fogalommagyarázat: Duplázás + 1: A duplájára gondolok és hozzáadok egyet.
Duplázás - 1: A duplájára gondolok és elveszek belőle egyet.
- Cselekvés:**
- Duplázási feladatok lerakása és leírása, pl. $3 + 3 = 6$. Ezután hozzáadunk vagy elveszünk/letakarunk egy korongot. A gyermek leírja az új feladatot: „Az alsó sorban egy koronggal több/ kevesebb van.”
T: „Most hogyan hangzik a számítás? – Gy: „3 + 4” ill. „3 + 2” / T: „Melyik duplázási feladat tud segíteni?” – Gy: „3 + 3 = 6 és eggyel több az 7.” ill. „3 + 3 = 6 és eggyel kevesebb az 5.”
 - A gyermek a számolási stratégiát már csak gondolatban végzi el:
A tanító mutat egy duplázási feladatot a tízes mezőben. A gyermek megnevezi a megfelelő számítást. Ezután gondolatban megváltoztatja az egyik részmennyiséget eggyel többre/kevesebbre és megfogalmazza az új számítást.
 - A gyermek nyelvi és cselekedve megkeresi és lejegyzi a számszomszédos feladatokat* a duplázási feladatok számítási kártyáihoz:
 $3 + 3 \rightarrow 3 + 2, 2 + 3, 3 + 4, 4 + 3$.
 - A tanító megad egy számszomszédos feladatot (pl. $4 + 3$) – „Melyik duplázási feladat tud segíteni?”
- Változat:**
- Egy bizonyos mennyiségű, páratlan számú korong (legfeljebb 9) van rendezetlenül a gyermek előtt.
T: „Helyezd el ezeket a korongokat a tízes meződben úgy, hogy a felső és alsó sorban ugyanannyi korong legyen!”
T: „Lehetséges ez? Miért nem lehetséges?” – Gy: „Itt eggyel több/kevesebb van.”
T: „Mit tudsz tenni annak érdekében, hogy a felső és alsó sorban is ugyanannyi korong legyen?” (egyét hozzáadni, egyet elvenni)

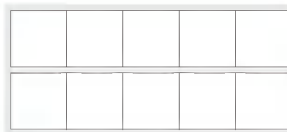
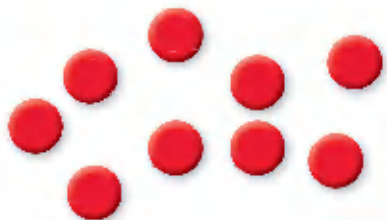
Itt találd a FOLYTATÁST!



• Számolási stratégiák alkalmazása 10-ES SZK/41



Számítás nullával



$$4 + 0$$

$$0 + 8$$

Fontos tudnivalók

A gyermek számára a 0 legtöbbször „semmit” jelent. Ez az elképzelés azonban nem elegendő a számításokhoz. A nulla azt jelenti, hogy nincs ott elem. A nullával való számítás, pl. a $4 + 0$ azt jelenti: Nem adunk hozzá egy elemet sem és a kiinduló mennyiség ugyanannyi marad.

A buktatók elkerülése

A műveletek megértésének fejlesztése és automatizálása során a nullával való számításokat ismételten felajánljuk és megvitatjuk. Már a 10-es számkör felépítésekor is dolgozunk a 0-val.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A nullával való feladatokat nyelvileg és cselekvéssel is kísérni kell:

$4 + 0$ „Négy korongom van. Nem adok hozzá egy korongot sem. Az eredmény négy.”

$4 - 0$ „Négy korongom van. Nem veszek el belőle egy korongot sem. Az eredmény négy.”

$0 + 4$ „Nincs egy korongom sem és kapok hozzá 4 korongot. Az eredmény négy.”

Számolás nullával

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/35

Így járj el!

Eszközök: Számkártyák, Mennyiségek ábrázolása a tízes mezőben, korongos számológépszalag, tízes mező, az egy-meg-egy táblázat és az egy-mínusz-egy táblázat sötétzöld számítási kártyái (ahol az eredmény 0)

Nyelv: nulla, egy elem sem, egy korong sem

Cselekvés: Nullával való feladatok megoldása – nem csak a számításnál ($0 + 5$, $6 - 0$), hanem az eredménynél is ($4 - 4 = 0$).

- Számolási stratégia: $+1/-1$ 10-ES SZK/28
- Felcseréléses feladatok* nullával ($4 + 0$, $0 + 4$) vö. 10-ES SZK/30 és 10-ES SZK/31
- A 10 bontásai 10-ES SZK/36 és 10-ES SZK/37
- Számszomszédos feladatok összeadásoknál 10-ES SZK/38 és kivonásoknál 10-ES SZK/39
- „Ellenkező irányú megváltoztatás”* 10-ES SZK/40
- Számolási stratégiák* alkalmazása 10-ES SZK/41
- Kiegészítés 10-ES SZK/42 és 10-ES SZK/43

Változat: • Történetek kitalálása, amelyekben szerepet játszik a 0.
A történet szemléltetése eszközökkel.

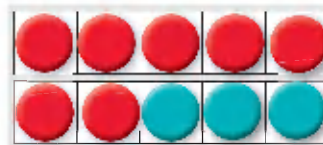
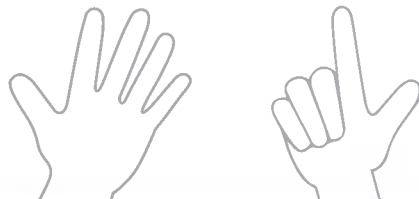
Itt találd a FOLYTATÁST!



- A szorzás fogalmának előkészítése feladatokkal: „Mennyi nullaszer a táblához és minden alkalommal hozz el három füzetet!”
Vagy: „Mennyi négyszer a táblához és minden alkalommal hozz el 0 füzetet!”
- A szorzás fogalmának előkészítése a tízes vagy húszas mezővel
„Tegyél le nullaszer öt korongot!”

A 10 bontásai – Elsajátítás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/36



Fontos tudnivalók

A 10 bontásainak elsajátításakor válik láthatóvá, hogy a gyermek mennyire tudja alkalmazni az alapvető tudást. Az ujjképek* és a rész-egész elv* képezik az alapot.

A buktatók elkerülése

Ujjképek automatizálása [10-ES SZK / 12](#)

Számok bontása a 10-es számkörben [10-ES SZK / 21](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számok bontásait különböző módokon lehet ábrázolni. Ez fejleszti a mennyiségek és számok matematikai megértését.

A különböző ábrázolási formákba történő „fordítások”* által aktiválódik a matematikai megértés:

Ujjképek (kinyújtott és behajlított ujjak) – a számítás lejegyzése – piros-kék korongok – ábrázolás a tízes mezőben.

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgálhat gyakorlat kiindulási pontjaként.

A nyelvi cselekvés által fejlődik és válik automatikussá a matematikai megértés.

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek*, tízes mező, piros-kék korongok, számkártyák, az egy-meg-egy táblázat sötétkék számítási kártyái, ahol az eredmény 10 ($0 + 10, 1 + 9, 2 + 8, \dots, 10 + 0$)

Nyelv: plusz, mínusz, összesen, hozzátenni, a tízes mező, ugyanannyi, az első szám, a második szám, mindig 10, a számítás, az eredmény, a bontások, a 10 egy bontása, a felcseréléses feladat

Hány korong van ott? Hány mező szabad még? Hány korongot kell hozzátenned?

Fogalomalkotás: Tízes bontás: Ezt azonnal látom mind a két kezemen.

Cselekvés: • Ujjképek*

T: *„Mutass fel 7 ujjat!!“* A gyermek kinyújtja az ujjait és leírja: *„7 ujjam van kinyújtva, 3 ujjam van behajtvva.“*

T: *„Ha még ezt a három ujjat is kinyújtod, akkor összesen hány ujjad lesz kinyújtva?“*

T: *„Tudsz mondani hozzá egy számítást?“* esetleg *„Emlékszel még? Hány ujjad volt először kinyújtva?“*

Hány ujj jött hozzá?“ – Gy: *„ $7 + 3 = 10$ “*

A tanító felmutat egy ujjképet*. A gyermek leírja, hogy hány ujj van kinyújtva, ill. behajtvva.

Ezután a tanító kinyújtja a többi ujját.

„Hány ujjat nyújtottam ki most hozzá, hogy 10 ujj legyen?“

T: *„Tudsz mondani hozzá egy számítást?“*

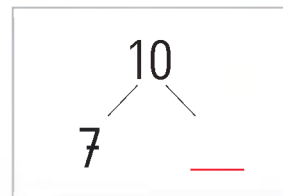
• Tízes mező

T: *„Tegyel 6 piros korongot a tízes mezőbe! Hány mező szabad még?“*

Hány korongot kell hozzátenned, hogy tele legyen a tízes mező? Tudsz mondani hozzá egy számítást?“



A 10 bontásai – Automatizálás



Fontos tudnivalók

A 10 bontásainak automatizálásánál még további alapvető tudásra van szükség:

Felcseréléses feladatok*, „ellenkező irányú megváltoztatás**”, minták felismerése a „szép csomagoknál”*

A buktatók elkerülése

A 10 bontásai – Elsajátítás [10-ES SZK / 36](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Fel kell fedezni a számok közötti kapcsolatokat:

Felcseréléses feladatok* (6 + 4, 4 + 6)

„Ellenkező irányú megváltoztatás**” (5 + 5, 6 + 4)

„Szép csomagok**” (10 + 0, 9 + 1, 8 + 2, 7 + 3 ... 1 + 9, 0 + 10)



A 10 bontásai – Automatizálás

FEJLESZTÉS **10-ES SZK/37**

Így járj el!

- Eszközök:** Ujjképek*, tízes mező, piros-kék korongok, számkártyák, az egy-meg-egy táblázat sötétkék számítási kártyái, ahol az eredmény 10 ($0 + 10, 1 + 9, 2 + 8, \dots, 10 + 0$)
- Nyelv:** plusz, mínusz, összesen, hozzátenni, a tízes mező, ugyanannyi, az első szám, a második szám, mindig 10, a számítás, az eredmény, a bontás, a 10 egy bontása, a felcseréléses feladat*
- Hány korong van ott? Hány mező szabad még? Hány korongot kell hozzátenned?
- Cselekvés:**
- Felcseréléses feladat* a tízes mezővel
Egy ujjképekkel megmutatott szám bontását piros és kék korongokkal kell kirakni a tízes mezőben.
T: „Mit látsz?” – Gy: „6 piros és 4 kék korongot látok. Ez összesen 10 korong.”
T: „A kék korongokkal is tudod kezdeni a számítást?”
Gy: „4 kék és 6 piros korongot látok. Ez összesen 10 korong, mert $4 + 6$ az ugyanannyi, mint $6 + 4$.”
 - A tanító kirakja a számkártyákat / a kártyákat. *„Találsz két olyan számot, aminek az összege 10?”*
 - *T: „Keresd meg a 10 összes lehetséges bontását!”*
 - *T: „Fel tudsz írni olyan számításokat, amelyeknél az eredmény mindig 10 lesz?”*
 - Bontások rendezése: növekvő vagy csökkenő első ill második szám: $10 + 0, 9 + 1, \dots, 0 + 10$ ill. $0 + 10, 1 + 9, \dots, 10 + 0$
- Változatok:**
- Sok számítási kártya közül a gyermek kikeresi azokat, ahol az eredmény „mindig 10”.
 - Tízkorongos számolószalag: A tanár egy tollal két részhalmazra osztja a teljes mennyiséget. A gyermek megnevezi a számítást. Vagy: A tanító megnevez vagy mutat egy számítást. A gyermek egy tollal két részhalmazra osztja a teljes mennyiséget.
 - Melyik két szám összege 10? A tanító felmutat egy számkártyát. A gyermek megnevezi a második hozzá tartozó számot.

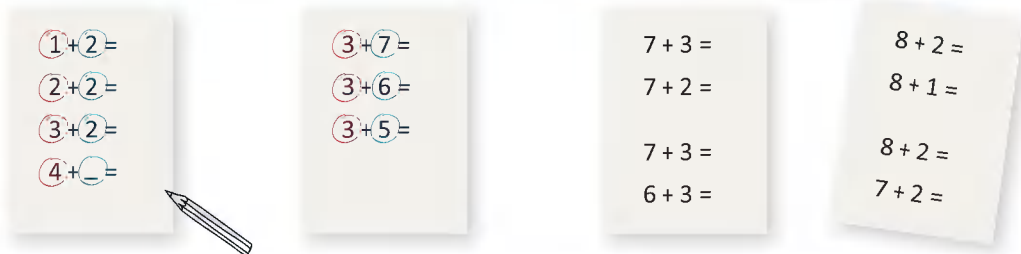
Itt találsz a FOLYTATÁST!



- „Ellenkező irányú megváltoztatás”* és „szép csomagok”* 10-ES SZK/40
- Számolási stratégiák* alkalmazása 10-ES SZK/41

Számszomszédos feladatok összeadásnál és „szép csomagok“

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/38



Fontos tudnivalók

A számok kézzel való bontása*, a + 1-es feladatok, a duplázások és a 10 bontásai olyan számítások, amelyeket a számszomszédos feladatok levezetéséhez használunk (ld. számolási stratégiák*). Az alábbiakat kell nyelvileg és cselekvéssel elsajátítani: ha az egyik részmenyiség eggyel több vagy kevesebb lesz, akkor az eredmény is eggyel több vagy kevesebb lesz. $5 + 3 = 8 \rightarrow 5 + 4 = 9$ ill. $4 + 4 = 8 \rightarrow 4 + 3 = 7$

A buktatók elkerülése

A fent megnevezett számolási stratégiáknak* be kell vésődnie, hogy fel lehessen őket használni segítségképpen a számszomszédos feladatok levezetéséhez. Az egyszerű feladatokkal kezdünk (+ 1-es feladatok vagy a számok kézzel való bontásai*).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A feladatot és a számszomszédos feladatot* összehasonlítjuk egymással és jellemezzük őket:

$3 + 2 = 5$ „*Rakd ki az alábbi számítást: $3 + 2!$ Mit kell tenned annak érdekében, hogy a $4 + 2$ számítás legyen itt?*“ A gyermek hozzátesz egy korongot.

$4 + 2 = 6$ A számítás megváltoztatását általában gyorsabban megértik a gyerekek. Azt, hogy ezáltal az eredmény is megváltozik, legtöbbször a cselekvés alapján pontosan meg kell beszélni (segítenek a színek, ld. kép).



„*Hogyan változik meg az első szám? Hogyan változik meg a második szám? Hogyan változik meg az eredmény?*“

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok

Nyelv: az első szám, a második szám, az eredmény, eggyel több/kevesebb

A(z) ___ szám eggyel több/kevesebb. Ezért az eredmény is eggyel több/kevesebb.

Fogalomalkotás: Számszomszédos feladat: A számításnál segíthet ez a feladat. Ez hasonló, csak eggyel több/kevesebb.
(pl. „A $7 + 2$ esetén arra gondolok, hogy $8 + 2 / 7 + 1$.”)

Cselekvés: • Az első szám eggyel több lesz:

T: „Rakd ki az alábbi számítást: $1 + 2!$ ” A gyermek kirakja a számítást korongokkal és felírja azt az eredménnyel együtt.

T: „Mit kell tenned annak érdekében, hogy $2 + 2$ legyen ott?” A gyermek megváltoztatja az első számítást, hogy ez a számítás álljon ott. Gy: „Az első szám eggyel több. Hozzáteszek még egy korongot. Az eredmény is eggyel több.”

A gyermek leírja a számítást és az eredményt.

T: „Mit kell tenned annak érdekében, hogy $3 + 2$ legyen ott?” Ezután a gyermek úgy változtatja meg az első számítást, hogy ez a számítás álljon ott.

T: „Hogyan folytatódhat a csomag?”

- A második szám eggyel több lesz: $1 + 1, 1 + 2, 1 + 3, \dots$
- Az első szám eggyel kevesebb lesz: $5 + 2, 4 + 2, 3 + 2, \dots$
- A második szám eggyel kevesebb lesz: $6 + 4, 6 + 3, 6 + 2, \dots$
- *T: „Melyik feladat tud segíteni a $7 + 2$ -nél?”* → $8 + 2$ vagy $7 + 3$

Gy: „A $7 + 2$ a $8 + 2$ egyik számszomszédos feladata.” (ld. a számolási stratégiák alkalmazását [10-ES SZK/41](#))

Változat: • Keressünk könnyű feladatokat a nehéz feladatokhoz. Ez fejleszti a matematikai összefüggések szemléletét.



Itt találd a FOLYTATÁST!

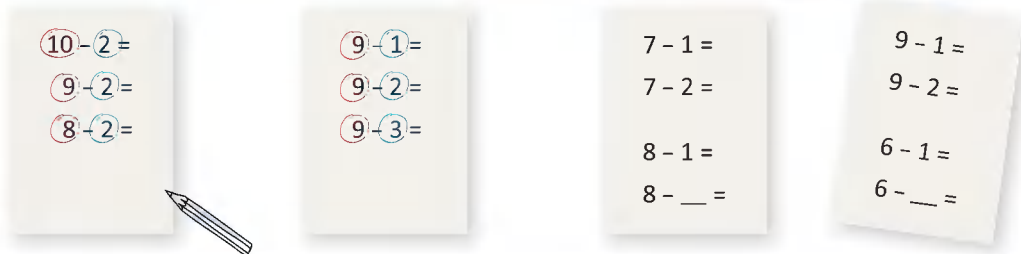
- Egy feladathoz keressük meg az összes lehetséges számszomszédos feladatot:

$$4 + 3, 5 + 2 \leftrightarrow 5 + 3 \leftrightarrow 6 + 3, 5 + 4$$

- Mind a két szám eggyel több vagy eggyel kevesebb lesz. Az eredmény 2-vel változik. $5 + 2 \leftrightarrow 6 + 3$

Számszomszédos feladatok kivonásnál és „szép csomagok“

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/39



Fontos tudnivalók

A számok kézzel való bontása*, a + 1-es feladatok, a duplázások és a 10 bontásai olyan számítások, amelyeket a számszomszédos feladatok levezetéséhez használunk (ld. számolási stratégiák*). A kivonások számszomszédos feladatainál ügyelni kell arra, hogy a teljes mennyiségnek mindig nagyobbnak kell lennie, mint a mennyiségeknek, amit elveszünk. Ezt az ismeretet **cselekvéssel** és **nyelvileg** is ismételjük át a gyermekkel. (Műveletek megértése kivonásnál 10-ES SZK / 25 és 10-ES SZK / 26) Az alábbi megértést kell elsajátítani: $7 - 5 = 2$ Ha az kiindulási mennyiség eggyel több vagy kevesebb lesz, akkor az eredmény is eggyel több vagy kevesebb lesz. $8 - 5 = 3 \leftrightarrow 9 - 5 = 4$

Az alábbiak megértését is el kell sajátítani: $8 - 4 = 4$ Ha az a részmennyiség, amit elveszünk, eggyel kevesebb, akkor az eredmény eggyel több lesz. $8 - 4 = 4$ III. ha az a részmennyiség, amit elveszünk, eggyel több, akkor az eredmény eggyel kevesebb lesz $8 - 6 = 2$

„Ha kevesebbet veszek el, akkor több marad.“ ill. „Ha többet veszek el, kevesebb marad.“

A buktatók elkerülése

A fent megnevezett feladatok fent megnevezett számolási stratégiáinak* be kell vésődnie, hogy fel lehessen őket használni segítségképpen a számszomszédos feladatok levezetéséhez. Az egyszerű feladatokkal kezdjük (– 1-es feladatok vagy a számok kézzel való bontásai*).

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A gyermek összehasonlítja egymással és leírja a feladatot és a számszomszédos feladatot (ld. cselekvés). A számítás megváltoztatását általában gyorsabban megértik a gyerekek. Azt, hogy ezáltal az eredmény is megváltozik, legtöbbször a cselekvés alapján pontosan meg kell beszélni (segítenek a színek, ld. kép).

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, fedőszalagok, tízes mező

Nyelv: az első szám, a második szám, az eredmény, eggyel több/kevesebb

A(z) ___ szám eggyel több/kevesebb. Az eredmény eggyel több/kevesebb., mert eggyel több/kevesebb korongom van.

Az eredmény eggyel több/kevesebb., mert eggyel több/kevesebb korongot veszek el.

Cselekvés: • Azokat a feladatokat oldjuk meg, ahol a teljes mennyiség eggyel több lesz:

T: „Rakd ki az alábbi számítást: $5 - 2$! A gyermek kirakja a teljes mennyiséget és 2 korongot félretol vagy letakarja azokat.

Lejegyzi a számítást. T: „Mit kell tenned annak érdekében, hogy meg tudd mutatni a $6 - 2$ számítást?”

A gyermek hozzátesz egy korongot a teljes mennyiséghez és ismét elvégzi ugyanazt a számítási cselekvést. Lejegyzi a számítást.

T: „Mit fedezel fel?”

Gy: „Eggyel több korongom van. Mindig ugyanannyi korongot tolok el. Az eredmény is eggyel több.”

• Azokat a feladatokat oldjuk meg, ahol a teljes mennyiség eggyel kevesebb lesz.

• Azokat a feladatokat oldjuk meg, ahol a második szám (a kivonandó részmennyiség) eggyel kevesebb lesz:

$6 - 3 = \leftrightarrow 6 - 2 = _ _$ *T: „Mit fedezel fel?”*

Gy: „Mindig ugyanannyi korongom van. Eggyel több korongot veszek el. Az eredmény eggyel kevesebb.”

• Azokat a feladatokat oldjuk meg, ahol a második szám (a kivonandó részmennyiség) eggyel több lesz. (Vigyázat: A teljes mennyiségnek nagyobbak kell lennie, mint a kivonandó részmennyiségnek. Használjuk a hibákat a megértés felépítéséhez!)

Változatok: • „Szép csomagok”*: Melyik szám változik meg? Több, vagy kevesebb lesz? Mi történik így az eredménnyel?

• „Szép csomagok”* folytatása.



Itt találd a FOLYTATÁST!

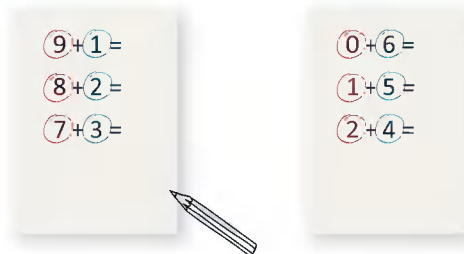


• Szép csomagok* megkeresése önállóan



„Ellenkező irányú megváltoztatás” és „szép csomagok”

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/40



Fontos tudnivalók

A teljes mennyiséget két részmennyiséggel ábrázoljuk. Ha egy részhalmaz egy elemét hozzáadjuk egy másik részhalmazhoz, akkor az egyik részmennyiség eggyel kevesebb a másik pedig eggyel több lesz. A teljes mennyiség ugyanannyi marad („rész-egész elv”* és tőszám*).

A buktatók elkerülése

Az alap a következő matematikai megértés a 10-es számkörben: Tízest mező – Mennyiségek egy pillantásra [10-ES SZK/ 13](#),

Szomszédos számok – eggyel több / eggyel kevesebb a számoknál [10-ES SZK/19](#), Mennyiségek „ellenkező irányú megváltoztatása”* [10-ES SZK / 22](#)

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A könnyű számításokhoz (pl. a számok kézzel való bontása*) olyan számításokat keresünk, amelyek „ellenkező irányú megváltoztatás”* során jönnek létre.

Fordítva, a nehezebb számításoknál át lehet gondolni, hogy találunk-e egyszerűbb számításokat „ellenkező irányú megváltoztatás”* által. (pl. a $6 + 3$ nehéz, az $5 + 4$ könnyű).

„Hogyan változott meg az első szám? Hogyan változott meg a második szám? Az eredmény változott valamiben?”



„Ellenkező irányú megváltoztatás” és „szép csomagok”

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/40

Így járj el!

Eszközök: piros-kék korongok, számkártyák, tízes mező

Nyelv: eggyel több, eggyel kevesebb, az első szám, a második szám, az eredmény
Ugyanannyi korong van. Az eredmény ugyanannyi marad.

Cselekvés: Elsajátítás a 10-zel, majd más mennyiségekkel is

- T: *„Tegyéél öt piros és öt kék korongot a tízes mezőbe.”*

A gyermek leteszi a korongokat és leírja, hogy mit lát és lejegyzí a számítást: *„Itt van 5 piros és 5 kék korong.”*

Ezután a tanító megfordítja az első kék korongot.

T: *„Most mit látsz?”*

Gy: *„Most 6 piros és 4 kék korong van itt.”*

T: *„Mi a különbség az előző állapothoz képest? Mi lett több, mi lett kevesebb?”*

Gy: *„Eggyel több piros korong van. Eggyel kevesebb kék korong van. Az eredmény ugyanannyi marad.*

Egy korongot sem adtam hozzá vagy vettem el.” A gyermek lejegyzí a számítást.

Ezt a cselekvést addig lehet ismételni, amíg már csak piros korongok vannak a tízes mezőben.

- Azon feladatok megoldása, amelyeknél az első szám kevesebb lesz, a második szám pedig több.

Változatok:

- Számok bontása és „ellenkező irányú változtatás”* a tízes mezőben a számítások lejegyzésével
- Feladatok felírása „szép csomagokként”*
- A megváltoztatást a gyermek már csak fejben végzi el.

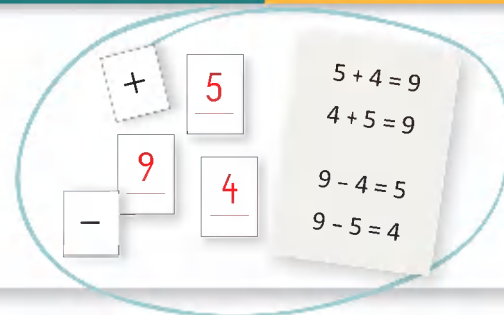
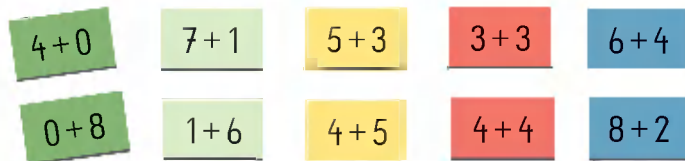
Itt talárod a FOLYTATÁST!



- Számolási stratégiák* alkalmazása [10-ES SZK/41](#)
- Az összetartozó feladatok megkeresése, pl. $5 + 5$ és $6 + 4$ vagy $5 + 4$ és $6 + 3$

Számolási stratégiák alkalmazása

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/41



Fontos tudnivalók

A számolási stratégiák* automatizálásával azokat célzottan lehet használni az ügyes számolás érdekében (A feladatok összefüggéseinek megvilágítása és leírása). Különböző feladatok rendezése a számolási stratégiák* szerint.

A buktatók elkerülése

Előfeltétel: A sorminták felismerése és folytatása [10-ES SZK / 1](#)

Ahhoz, hogy a számítási stratégiák alkalmazásán dolgozzunk, még nem kell az összes említett stratégiát elsajátítani.

Az alkalmazott számítási stratégiákat olyan mértékben kell bevésni, hogy a gyermek felismerje azokat a számítások során, illetve a stratégiák segítségével össze tudja kapcsolni a feladatokat. Az egyszerű feladatokkal kezdjük, pl. + 1-es feladatok és azok felcseréléses feladatai.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A számolási stratégiák gondolkodási folyamatainak automatizálása saját készítésű kartotékkártyák segítségével.

Egy számítást feljegyzünk egy A7-es kartotékkártyára. A hátoldalra felírjuk, hogy melyik számolási stratégiával számítjuk ki a feladatot vagy melyik feladat segíthet, pl. első oldal: $1 + 8$, hátoldal: felcseréléses feladat vagy $8 + 1$.

Ezeket a kártyákat a gyermekkel közösen dolgozzuk ki és a rendszeres gyakorláshoz használjuk.

Számolási stratégiák alkalmazása

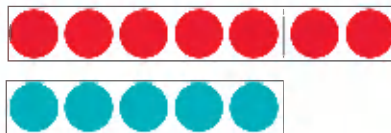
Így járj el!

- Eszközök:** Az egy-meg-egy táblázat ill. egy-mínusz-egy táblázat számítási kártyái a 10-es számkörben, számkártyák 0–10, műveleti jelek
- Nyelv:** + 1-es feladat, – 1-es feladat, számok kézzel való bontása*, felcseréléses feladat*, duplázás, felezés, duplázás + 1, tízes bontás*, számszomszédos feladat*, fordított műveletes ellenőrző feladat*
- Cselekvés:** A fekete-fehér egy-meg-egy táblázat* ill. egy-mínusz-egy táblázat* számítási kártyáinak feladatai
- A tanító feladatokat tesz le két számolási stratégiának* megfelelően.
pl. + 1-es feladatok és számok kézzel való bontásai* ($7 + 1$, $5 + 4$, ...) vagy – 1-es feladatok és a számok kézzel való bontásai ($7 - 1$, $9 - 4$, ...)
 - A gyermek kiválogatja a feladatokat számolási stratégia* szerint és jellemzi azokat.
Vannak olyan feladatok is, amik mind a két stratégiához illenek, pl. $5 + 1$.
 - Egyes feladatok kirakása az összeadás vagy a kivonás különböző számolási stratégiáihoz:
Pl. $6 + 1$, $5 + 3$, $1 + 6$, $3 + 5$, $6 + 4$, $3 + 3$, $3 + 4$. Melyik feladatok könnyűek? Miért könnyűek ezek? Pl. $3 + 3$ (duplázás)
Melyik feladatok nehezek? pl. $3 + 4$ → Melyik feladat tud segíteni?
 - Az összetartozó feladatok és számszomszédos feladatok* megkeresése. $7 + 3$, $7 + 2$ vagy $10 - 3$, $9 - 3$
 - Az összetartozó feladatok és fordított műveletes ellenőrző feladatok* megkeresése, pl. $4 + 4$, $8 - 4$
 - Három számkártyával mind a négy lehetséges számítás megkeresése (felcseréléses feladat, fordított műveletes ellenőrző feladat)
 $8/5/3$ → $5 + 3 = 8$, $3 + 5 = 8$, $8 - 3 = 5$, $8 - 5 = 3$
- Változat:**
- A lehetőségek, amelyek szerint szét lehet őket válogatni, ld. a színes egy-meg-egy táblázatot* vagy az egy-mínusz-egy táblázatot*
Némelyik számításhoz több számolási stratégia* is illik.

Itt találd a FOLYTATÁST!



- Szép csomagok* megkeresése önállóan



Hasonlítsd össze!
Hol van több? Hol van kevesebb?

Fontos tudnivalók

Kiegészítéskor két mennyiség összehasonlítása által a különbséget keressük meg.

A gyermekek környezetéből és mindennapjaiból tárgyakat és mennyiségeket hasonlítunk össze:

pl. A gyermek nagyobb/kisebb, mint egy másik gyermek. A kötél hosszabb/rövidebb, mint az asztal. Ennek a gyermeknek több/kevesebb matricája van, mint annak a gyermeknek.

A buktatók elkerülése

A nyelvben a mellékneveket és a melléknevek középfokát kell kidolgozni.

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

Miután szemléltettük a különbséget, átgondoljuk, hogy mit kell tenni a különbség megszüntetése érdekében:

adjunk hozzá vagy vegyünk el belőle valamit.

ld. Mennyiségek összehasonlítása – Kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés* [10-ES SZK/3](#)

Így járj el!

Eszközök: Mindennapi tárgyak, korongos számolószalagok, fedőszalagok

Nyelv: Összehasonlítások a környezetből: nagy – nagyobb, kicsi – kisebb, hosszú – hosszabb, több – kevesebb, stb. hozzáadni, elvenni, összehasonlítani, a különbség

Cselekvés: Különbség megállapítása a környezetben összehasonlítások által:

- Két gyermek magassága: Ki a magasabb/alacsonyabb?
Mennyiségeknél: Hol van több/kevesebb?

Különbség kiegyenlítése:

- A mennyiségeknél valamit hozzáadunk vagy elveszünk.
Egy zsinórt rákötünk vagy levágunk.
- Két korongos számolószalag egymás alá helyezése a mennyiségek összehasonlításához.

T: „Melyik szalagon van több / kevesebb korong?”

T: „Mit kell tenned, hogy fent és lent ugyanannyi korong legyen?”

Két válaszlehetőség: Gy: „__ adok hozzá.” Vagy: „__ fedek le.”

Változat: • Példák lerajzolása a füzetbe.

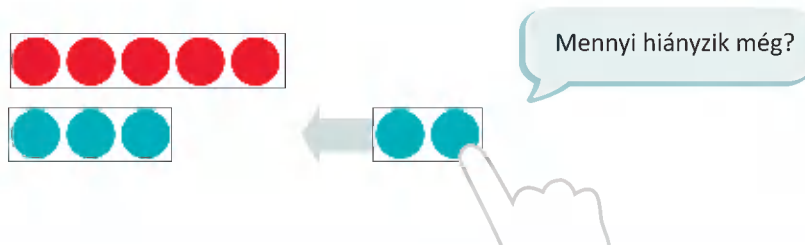
Itt találsz a FOLYTATÁST!



• Kiegészítés – Automatizálás 10-ES SZK/43

Kiegészítés – Automatizálás

FEJLESZTÉS 10-ES SZK/43

**Fontos tudnivalók**

Kiegészítéskor két mennyiség összehasonlítása által a különbséget keressük meg. Ennek során az alábbiakat mérlegeljük: Mennyit kell hozzáadni a kiindulási mennyiséghez, hogy egy bizonyos végeredményt kapjunk. pl. „*Nekem 3 korongom van. Szeretném, hogy 5 korongom legyen. Hány korong hiányzik még ehhez?*” $3 + \underline{\quad} = 5$ vagy $5 - 3 = \underline{\quad}$ VAGY: *Mennyiben különbözik a két mennyiség?*

„*Nekem 3 korongom van. Neked 5 korongod van. Mennyivel van több korongod nekem?*” $3 + \underline{\quad} = 5$ vagy $5 - 3 = \underline{\quad}$ vagy $5 - \underline{\quad} = 3$

A kiegészítés szintén a kivonás alapfogalma, és különböző absztrakciós szinteken lehet vele dolgozni.

Egyéb alapfogalmak: Elvétel/levonás → Kivonás megértése* [10-ES SZK/25](#) és [10-ES SZK/26](#)

A buktatók elkerülése

A kiegészítést mint további matematikai műveletet a cselekvés és a nyelv szintjén kell elsajátítani. A 10 bontásai ujjképekkel* segíthetik a megértést. „*6 ujjat nyújtottam ki. Hány ujjat kell még kinyújtanom, hogy 10 legyen?*” Ha már elő van készítve ezeken a szinteken a megértés, akkor alkalmazni lehet a jelek szintjén is. $6 + \underline{\quad} = 10$

Gondolkodási folyamatok aktiválása – a matematikai megértés fejlesztése eszközök és a nyelv segítségével

A mennyiségeket összehasonlítjuk egymással.

Kiegészítés: „*Nekem 8 van. Mennyi hiányzik még, hogy 10 legyen?*” – $8 + \underline{\quad} = 10$

Különbség/differencia: „*Nekem 8 van, neked pedig 10. Mennyivel van neked több? / Mennyivel van neked kevesebb?*” – $8 + \underline{\quad} = 10$, $10 - \underline{\quad} = 8$

Így járj el!

Eszközök: Ujjképek, korongos számolószalagok, fedőszalagok

Nyelv: hozzáadni, elvenni, összehasonlítani, mennyivel több/kevesebb, a különbség, üres hely, ___ meg mennyi egyenlő ___? Mennyi hiányzik még ___, hogy 10 legyen? Mennyit kell hozzáadnom/elvennem, hogy ___ legyen?

Cselekvés: Kiegészítés:

- Mennyi jön még hozzá? – Ujjképek a 10 bontásaival: *T: „Mutass fel 7 ujjat! Hányat kell még hozzáadnod, hogy 10 ujjat mutass?”* A gyermek az ujjaival mutatja a számítást. *T: „7 meg mennyi egyenlő 10-zel?”* A tanító megmutatja, hogyan lehet lejegyezni ezt a számítást: $7 + _ = 10$. A gyermek az üres helyre beírja, hogy 3. *„Még 3 hiányzik.”*
- Mennyi jön még hozzá? (korongos számolószalaggal) *T: „Tegyé le 5 korongot! Hányat kell még hozzáadnod, hogy 8 legyen?”* A gyermek hozzáteszi a megfelelő korongos számolószalagot. *T: „5 meg mennyi egyenlő 8-cal?”* A gyermek lejegyzi a számítást és felírja az eredményt.

Különbség felismerése és kiszámítása a korongos számolószalag segítségével:

- A tanító fogja a háromkorongos számolószalagot és odaadja a gyermeknek az ötkorongos számolószalagot.
T: „Kinek van több korongja?” „Mennyivel több?” „Hogyan tudod ezt megmutatni?” A gyermek a két korongos számolószalagot elhelyezi egymás alatt és összehasonlítja azokat, hozzáteszi a kétkorongos számolószalagot és lejegyzi a számítást: $3 + _ = 5$.
- Különbség felismerése a korongos számolószalag segítségével
A tanító fogja a háromkorongos számolószalagot és odaadja a gyermeknek az ötkorongos számolószalagot.
T: „Kinek van több korongja?” „Mennyivel több?” „Hogyan tudod ezt megmutatni?”
A gyermek a két korongos számolószalagot elhelyezi egymás alatt és összehasonlítja azokat. A fedőszalaggal letakar két korongot. A számítás most így hangzik: $5 - _ = 3$ (De meg lehet oldani máshogy is: $3 + _ = 5$. Fontos, hogy a gyermek helyesen értelmezze az eredményt.)

Itt találd a FOLYTATÁST!



- A kivonások és kiegészítések összefüggésének elsajátítása:

$$5 + _ = 8 \text{ vagy } 8 - 5 = _$$

Szójegyzék

Az összeadás megértése

Az összeadást hozzáadásként, összegzésként és összehasonlításként kell értelmezni:

- Hozzáadás: „*Van három korongom és kapok még hozzá 2-t. Hány korongom van **most?***”
- Összegzés: „*Nekem 5 korongom van. Neked három korongod van. Hány korongunk van **összesen?***”
- Összehasonlítás: „*Nekem 4 korongom van. Neked 2 koronggal **több** van. Hány korongod van?*”

Analógiás feladatok

Az analógiás feladatok olyan feladatok, amelyeket egy kisebb számkörrel átültetünk egy nagyobb számkörre ill. fordítva, pl. $5 + 3 = 8$ / $15 + 3 = 18$, vagy akár $50 + 30 = 80$.

Villámgyakorlat

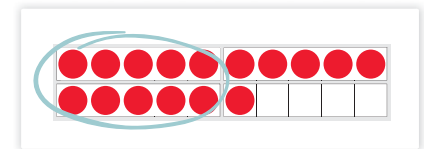
A tanító röviden megmutat egy feladatot, amit számlálás nélkül kell megoldani.

Vö. → „Kvázi-szimultán felismerés”

Tömbösített ábrázolás a húszas mezőben

A gyermek a két ötkorongos számolószalagot a bal oldalon egy tízes tömbnek látja.

Vö. → Lineáris ábrázolás a húszas mezőben



Decimális felépítés

Egy helyiérték tíz eleme ugyanannyi, mint az eggyel nagyobb helyiérték eleme:

pl. 10 egyes = 1 tízes, 10 tízes = 1 század, ...

A tízes csoportosítás (10 e = 1 t) és az egyes egységek felbontásának (1 t = 10 e) megértése a biztos számolás alapvető előfeltétele.

Szójegyzék

Egy-mínusz-egy táblázat

Az egy-mínusz-egy táblázaton többféle matematikai szerkezetet is meg lehet világítani:

- A 10-es számkör minden feladatát
- A 20-as számkör minden tízesátlépését
- Felcseréléses feladatokat
- Feladatokat és azok számolási stratégiáit:
 - Feladatok 0-val ill. 10-zel, vagy ahol az eredmény 0 ill. 10 (sötétzöld)
 - Feladatok –1-gyel, vagy ahol az eredmény 1 (világoszöld)
 - Feladatok –2-vel, vagy ahol az eredmény 2 (zöld)
 - Felezés (piros)
 - Számszomszédos feladatok a felezéses feladatokhoz (rózsaszín)
 - Feladatok –5-tel, vagy ahol az eredmény 5 (sárga)
 - 5– __ feladatok (középkék)
 - 10– __ feladatok (sötétkék)
 - A 10 számszomszédos feladatai (világoskék)
 - Számszomszédos feladatok más számolási stratégiákhoz (fehér)

0-0	1-0	2-0	3-0	4-0	5-0	6-0	7-0	8-0	9-0	10-0
1-1	2-1	3-1	4-1	5-1	6-1	7-1	8-1	9-1	10-1	11-1
2-2	3-2	4-2	5-2	6-2	7-2	8-2	9-2	10-2	11-2	12-2
3-3	4-3	5-3	6-3	7-3	8-3	9-3	10-3	11-3	12-3	13-3
4-4	5-4	6-4	7-4	8-4	9-4	10-4	11-4	12-4	13-4	14-4
5-5	6-5	7-5	8-5	9-5	10-5	11-5	12-5	13-5	14-5	15-5
6-6	7-6	8-6	9-6	10-6	11-6	12-6	13-6	14-6	15-6	16-6
7-7	8-7	9-7	10-7	11-7	12-7	13-7	14-7	15-7	16-7	17-7
8-8	9-8	10-8	11-8	12-8	13-8	14-8	15-8	16-8	17-8	18-8
9-9	10-9	11-9	12-9	13-9	14-9	15-9	16-9	17-9	18-9	19-9
10-10	11-10	12-10	13-10	14-10	15-10	16-10	17-10	18-10	19-10	20-10

Egyes feladatokat több számolási stratégiához is hozzá lehet rendelni.

Szójegyzék

Egy-meg-egy táblázat

Az egy-meg-egy táblázaton többféle matematikai szerkezetet is lehet világitani:

- A 10-es számkör minden feladatát
- A 20-as számkör minden tízesátlépését
- Felcseréléses feladatokat
- Feladatokat és azok számolási stratégiáit:
 - Feladatok 0-val és 10-zel (sötétzöld)
 - Feladatok 1-gyel (világoszöld)
 - Feladatok 2-vel (zöld)
 - Duplázás (piros)
 - Duplázás + 1 (rózsaszín)
 - Feladatok 5-tel (sárga)
 - Az 5 bontásával kapcsolatos feladatok (középkék)
 - A 10 bontásával kapcsolatos feladatok (sötétkék)
 - A 10 számszomszédos feladatai (világoskék)
 - A + 5 számszomszédos feladatai tízesátlépéssel (fehér)

0+0	0+1	0+2	0+3	0+4	0+5	0+6	0+7	0+8	0+9	0+10
1+0	1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9	1+10
2+0	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9	2+10
3+0	3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9	3+10
4+0	4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9	4+10
5+0	5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9	5+10
6+0	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9	6+10
7+0	7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9	7+10
8+0	8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	8+10
9+0	9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9	9+10
10+0	10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9	10+10

Egyes feladatokat több számolási stratégiához is hozzá lehet rendelni.

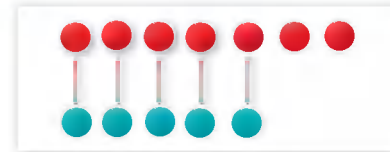
Szójegyzék

Kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés

Két halmaz összehasonlításánál a gyermek egy halmaz minden eleméhez a másik halmaz pontosan egy elemét rendeli hozzá.

Ugyanez történik a számlálás során:

a gyermek egy halmaz minden eleméhez egy számnevet rendel hozzá.

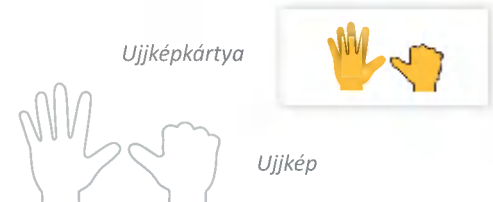


Ujjképek

A gyermek a mennyiségeket ujjképek (ill. ujjképkártyák) és „az 5-ös ereje” segítségével ábrázolja, pl. $5 + 1 = 6$.

A gyermek az ujjakat spontán módon mutatja fel, nem egyesével számlálja le.

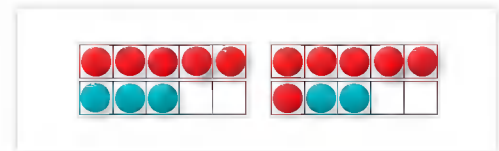
Az ujjképek és a kézzel való bontás a számítás számlálás nélkül számolás alapja.



„Ellenkező irányú megváltoztatás“

Ha egy részhalmaz egy elemét hozzáadjuk egy másik részhalmazhoz, akkor az egyik részmennyiség eggyel kisebb a másik pedig eggyel nagyobb lesz.

A végösszeg ugyanannyi marad, pl. $5 + 3 \rightarrow 6 + 2$.



A számok kézzel való bontása

A számok bontásait (pl.: $5 = 3 + 2$ / $5 + 3 = 8$ / $8 + 2 = 10$) az ujjképek segítségével világítjuk meg.

A gyermek figyelmét nem csupán a kinyújtott, hanem a behajtott ujjakra is ráirányítjuk („pillantás a tízesre”).

Szójegyzék

Tőszám

A tőszám (a számnév) adja meg, hogy hány elemből áll egy halmaz: „*Itt van öt korong.*”
(= Válasz a kérdésre: „*Hány korong van itt?*”) Vö. → Sorszám

A mennyiség állandósága

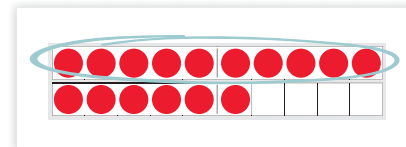
Egy halmaz elemeinek a száma ugyanannyi marad, függetlenül attól, hogy milyen sorrendben vannak, milyen nagyok és mekkora közöttük a távolság.

„Az 5-ös ereje“

Az 5-ös mennyiséget egy pillantás alatt, „kvázi-szimultán” módon ismeri fel a gyermek. Ez segít a mennyiségek számlálás nélküli meghatározásában és egy számítás számlálás nélküli megoldásában, pl. $5 + 2$, $7 - 5$.

Lineáris ábrázolás a húszas mezőben

A tízest egy tízes sorként (10 db egy sorban) érzékeljük.
Vö. → Tömbösített ábrázolás a húszas mezőben



Számszomszédos feladatok

- a 10-es számkörben, pl. $3 + 3 \rightarrow 3 + 4$
- a 20-as számkörben, pl. $5 + 8 \rightarrow 6 + 8$

Számítás számlálás nélkül

A gyermek különböző számítási stratégiákat alkalmaz, hogy az eredményt számolással, matematikai megértéssel határozza meg, ne pedig számlálással.

Szójegyzék

Sorszám

A sorszám jelzi, hogy egy rendszerezett halmaz melyik eleméről van szó: „Az **ötödik** korong piros.”
(= Válasz a kérdésre: „*Hányadik korong az?*”) Vö. → Tőszám

Egy mennyiség „kvázi-szimultán felismerése”

A gyermek a rendezetlen mennyiségeket 4-től vagy 5-től vizuálisan ismert részhalmazokra osztja/rendezi, és a részhalmazok összeadásával egy pillantással felismeri. Ezt a készséget használja a tízes ill. húszas mezőben is a mennyiség megállapításához.



Számolási stratégiák

A gyermek számolási stratégiák segítségével a számításokat matematikai megértéssel és nem számlálva oldja meg (pl. a számok kézzel való bontásai, felcseréléses feladatok, fordított műveletes ellenőrző feladatok, számszomszédos feladatok, analógiás feladatok, tízes bontása).

Ha ezek a stratégiák bevésődtek, akkor alapeladatokként lehet őket használni a levezetéshez (pl. számszomszédos feladatok és analógiás feladatok).

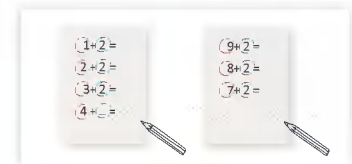
„Szép csomagok” – Minták a feladatoknál

Egy „szép csomag” számítások csoportja, amik kapcsolatban állnak egymással.

A gyermeknek fel kell ismernie és le kell írnia a mintát (a színek segítenek a képen).

A „szép csomagokat” folytatni is lehet, vagy sajátokat is ki lehet találni.

Olyan feladatot is tartalmazhatnak, ami nem illik a mintába és amit úgy is kell felismerni.



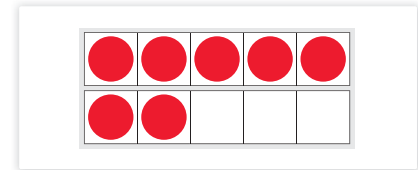
Szójegyzték

Helyiérték rendszer

Az egyeseket, tízeseket, százásokat stb. helyiértéknek nevezzük. Egy szám számjegyekből áll. Attól függően, hogy melyik helyen áll a számjegy, más helyiértékkel rendelkezik: pl. $11 = 1t$ és $1e$.

Rendszerezett mennyiségek

A mennyiségeket 5-től rendszerezett eszközökkel (ujjképek, tízes mező, húszas mező) ábrázoljuk, a „kvázi-szimultán” felismerés elősegítése és a számlálás elkerülése érdekében. A rendszerezett mennyiségek felmérése a számolási stratégiák alkalmazásának előfeltétele.



A kivonás megértése

A kivonást elvételként, kiegészítésként és összehasonlításaként kell értelmezni.

Levonás: „*Nekem 7 korongom van. Elveszek 3 korongot. Hány korongom van **most?***”

Kiegészítés: „*Nekem 3 korongom van. Szeretném, hogy 5 korongom legyen. Hány korong **hiányzik még** ehhez?*”

Összehasonlítás: „*Nekem 8 korongom van. Neked 5 korongod van. **Hány koronggal van neked kevesebb?***”

Felcseréléses feladat

pl. $5 + 1 = 1 + 5$ (kommutatív szabály)

A felcserélhetőség törvénye csak az összeadás és szorzás esetén alkalmazható.

Az eredmény ugyanaz marad, még ha az összeadás tagjait, illetve a szorzás tényezőit fel is cseréljük egymással.

Szójegyzék

„Rész-egész elv”

Egy mennyiséget részhalmazokra osztunk.

A részhalmazok összege adja az egészet. (pl. $5 = 4 + 1$, $5 = 2 + 2 + 1$, $13 = 10 + 3$, $13 = 5 + 5 + 3$)

Fordított műveletes ellenőrző feladatok

Összefüggésbe hozzuk egymással az összeadást és a kivonást: pl. $7 + 3 = 10 \rightarrow 10 - 3 = 7$

„Először ___ adok hozzá. Ezután pedig kivonok belőle ugyanannyit.”

„Fordítások”

A „fordítások” a különböző ábrázolási formák váltogatása és összekapcsolása. Így lehet felépíteni és elmélyíteni a matematikai megértést.

Mindig egy másik ábrázolási forma szolgál a „fordítások” kiindulási pontjaként.

A tízes közelsége – Feladatok a 10 közelében

A tízes bontások számszomszédos feladatai vagy feladatok 10-zel, pl.:

$$8 + 3 \rightarrow 8 + 2$$

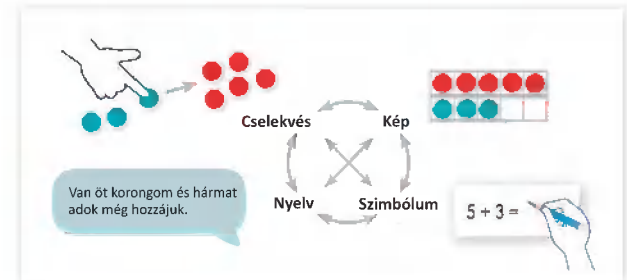
$$11 - 7 \rightarrow 10 - 7$$

$$14 - 9 \rightarrow 14 - 10$$

Tízes bontás – Tízes összeg („tízes párok”)

A tízes bontásnál két adott részhalmaz összege mindig 10: pl. $6 + 4 = 10$

Ezt a tudást alkalmazzuk a kivonásnál is: pl. $10 - 4 = 6$



Irodalomjegyzék



- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2018): Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen. So unterstützen Lehrkräfte in der Grundschule. München: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus
Online: www.isb.bayern.de › materialien › rechenschwierigkeiten (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Bildungsministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2019): Die schulische Behandlung der Rechenschwäche. Eine Handreichung. Bécs: Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung
- Chaudhuri Ursula (2009): Mit Fehlern rechnen: Fehlerhafte Rechenstrategien erkennen – individuelle Lösungswege finden. Donauwörth: Auer
- Fritz Annemarie, Schmidt Siegbert, Ricken Gabi (Szerk.) (2017): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz
- Gaidoschik Michael (2007): Rechenschwäche vorbeugen. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Bécs: öbvht
- Gaidoschik Michael (2008): Rechenschwäche – Dyskalkulie: Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrer/-innen und Eltern (1. bis 4. Klasse). Hamburg: Persen
- Gerster Hans-Dieter, Schlutz Rita (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg im Breisgau: Pädagogische Hochschule Freiburg. Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken
Online: phfr.bsz-bw.de › files › gerster (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Götte Daniela (2015): Sprachförderung im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen
- Götte Daniela, Hang Evelyn (2017): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Sprache zum 1. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Klett
- Götte Daniela, Selter Christoph, Zannetin Elena (2019): Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht. Hannover: Klett, Kallmeyer
- Häsel-Weide Uta, Moser Opitz Elisabeth (2013): Ablösung vom zählenden Rechnen. Seelze: Kallmeyer

Irodalomjegyzék



- Häsel-Weide Uta, Nührenberger Marcus (2017): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Lernen zum 1. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Klett
- Lorenz Jens Holger (2016): Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung. Stuttgart: Kohlhammer
- Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft (2019): Auf dem Weg zum denkenden Rechnen. Anregungen für die Diagnose und Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten. Berlin: iMINT Akademie, Sinus Grundschule
Online: bildungsserver.berlin-brandenburg.de › Materialien zum Download › Diagnose und Förderkartei (utolsó meglejtés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Scherer Petra, Moser Opitz Elisabeth (2012): Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Bielefeld: Spektrum Akademischer Verlag
- Selter Christoph, Zannetin Elena (2019): Mathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte – Leitideen – Beispiele. Seelze: Kallmeyer
- Wittmann Erich Ch., Müller Gerhard N. (2017): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett

Weblinkek:

- Das Recheninstitut zur Förderung mathematischen Denkens: www.recheninstitut.at (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: kira.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: pikas.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: primakom.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: mahiko.dzlm.de (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)
- Mathematische Institute zur Behandlung der Rechenschwäche / Dyskalkulie:
www.rechenschwaech.de/Kopf_und_Zahl/Kopf_und_Zahl_Ueberblick.html (utolsó hozzáférés dátuma: 2021. 05. 30.)





A Matematika-Fejlesztőkartotékot a
<https://europabuero.wien/startboxmathematik>
linken lehet letölteni.

